

地震地磁気効果モデルの矛盾とその解決

東大地震研 笹井洋一

A CONTRADICTION IN A SEISMOMAGNETIC MODEL: FINAL SETTLEMENT

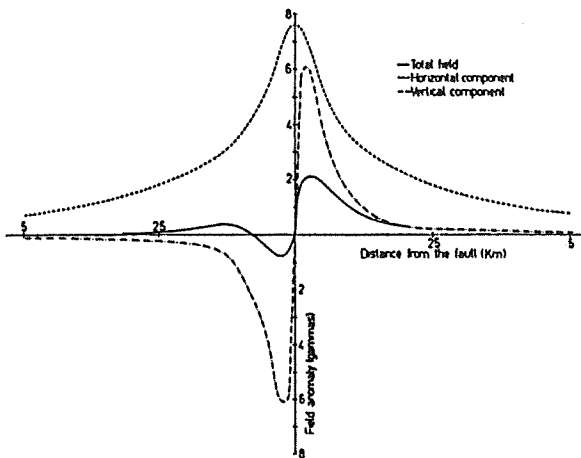
Yoichi SASAI

Earthquake Research Institute, the University of Tokyo

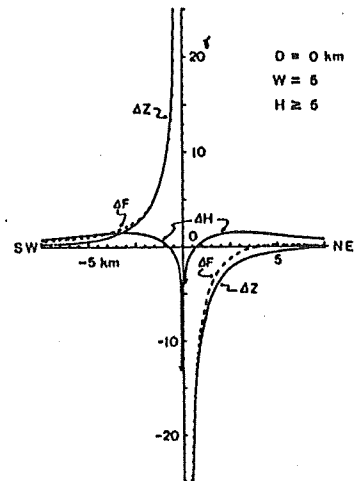
1. 事の起こり—「数学的に正しくとも物理的には間違い」か?

SHAMSI & STACEY (1969)の論文は、テクトノマグネティズムの研究史において特筆される成果である。彼らは初めてくい違いの弾性論を用いて、「地震地磁気効果」を計算した。彼らのモデルは、1906年サン・フランシスコ地震を想定した、2次元の無限に長い垂直な横ずれ断層である。彼らの計算法はSTACEY (1964)以来のやり方に従ったもので、帯磁地殻を多くの(2次元)体積素片に分割し、各素片の応力(具体的にはその中心点)からピエゾ磁気法則によって磁化の増分を求め、これらの素片の作る磁場を数値積分で求める。各点の応力を与える式は初等関数であるから、今日ではパソコンで実行できるジョブである。しかし精度を上げるには体積素片を細かくするしか無く、ふた昔前には大型計算機でもなかなか大変な仕事であった。

SASAI (1980)はSHAMSI & STACEY(以下S & Sと略す)のモデルに解析解を与えた。これは先程の数値積分を解析的に実行した訳ではない。まず半無限弾性体中の一点におけるらせん転位(screw dislocation)の作るピエゾ磁気ポテンシャルを求めておく。次いでこのらせん転位が水平方向に無限遠にまで伸び、鉛直下方には一次関数的に強度を減らして、ある深さで消失するという分布(S & Sはこれをlinear slip modelと呼んだ)の通りに、このピエゾ磁気ポテンシャルを積分したのである。S & Sは一点のらせん転位による応力場をこの手順で積分して、彼らのモデルの応力場を先に求めたのであった。両者は積分の順序が異なるだけである。ところが第1(a)図(S & S)と1(b)図(SASAI)に見るとおり、地表における磁場の値には、両者の結果に大きな違いがあった。



第1(a)図 SHAMSI & STACEY (1969)の解



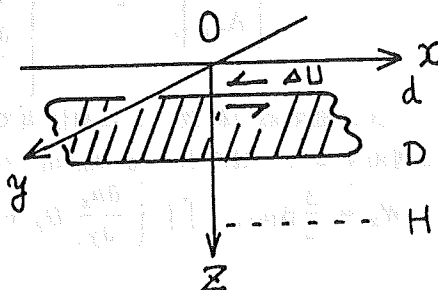
第1(b)図 SASAI (1980)の解

問題はここから始まる。両者の違いは、単に S & S の数値計算の精度が良くないためのものか？それとも SASAI の解析解では、断層のへりの発散する応力場を(従って無限大のピエゾ磁気という、物理的には有り得ない現象を)積分の過程で取り込んでしまうためつまり「数学的には正しくとも物理的には間違った」操作の結果なのだろうか？断層の上端が弾性体内部にある場合には、断層の上下端で応力集中が生じるので、ピエゾ磁気効果を過大評価することになる。STACEY 教授と筆者の手紙のやり取りの中で、筆者はこの点は認めた上で、しかしながら、断層上端が地表に達している場合、地表の断層線で応力の特異性は無くなること、にもかかわらず、SASAI の解が無限大の磁場を与えるのは、断層が磁力線の湧出し口になっているからだ、と主張した。つまりこの場合の断層線は、磁化の特異点ではなく磁場の特異点であって、丁度一様に磁化した角張った磁性体の角で磁場が発散するようなものだ、と考えたのである。STACEY 教授からは直ちに反論が来て、断層を挟んで変位は不連続でも、応力は連続だからピエゾ磁化も連続のはずだ(=これ自体は正しい)、角張った磁性体のアナロジーは成り立たぬ、と指摘してきた。これから先は、具体的に数式を追って議論しなくてはならない。

## 2. 一様スリップ・モデルの解析解

この問題では、断層面の位置に等価磁石が生じるかどうかの本質的なもので、以下においては linear slip でなく、断層面でのスリップ量が一定という一様スリップ・モデルを扱う。断層の幾何学的形状は、第2図に示した。

無限に長い垂直な横ずれ断層の変位は、次式で与えられる(CHINNERY, 1961)：

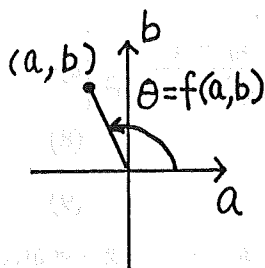


第2図 一様スリップ・モデル

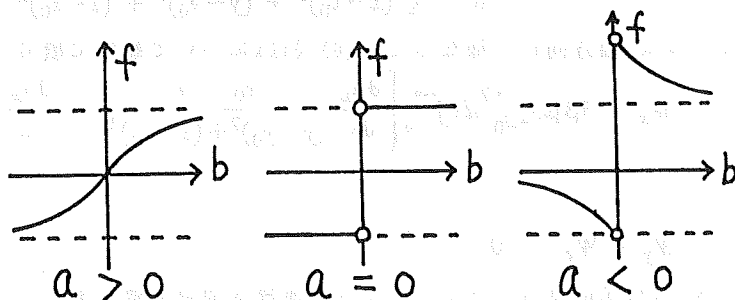
$$u_x = \frac{\Delta U}{2\pi} \left\{ \tan^{-1} \frac{y}{z-D} - \tan^{-1} \frac{y}{z+D} - \tan^{-1} \frac{y}{z-d} + \tan^{-1} \frac{y}{z+d} \right\} \quad (1a)$$

$$u_y = u_z = 0 \quad (1b)$$

$f(a, b) = \tan^{-1} b/a$  という関数は、 $a$ - $b$  平面内の位置ベクトル  $(a, b)$  を  $a$  軸の正方向から半時計回りに測った角度として定義される(第3図)。明らかに  $-\pi \leq f(a, b) \leq \pi$  である。 $a$  が負の場合には、 $f(a, b)$  を  $b$  の関数と見なした時に、 $b = 0$  で跳びを生ずることに注意されたい(第4図)。



第3図



第4図

(1a)式の典型的な項を次のように書く：

$$u(y) = \begin{cases} \text{Tan}^{-1} \frac{y}{z - \zeta} & (z > \zeta) \\ \text{Tan}^{-1} \frac{y}{z - \zeta} + \pi \text{sgn}(y) & (z < \zeta) \end{cases} \quad (2)$$

ここで

$$\text{sgn}(y) = \begin{cases} 1 & (y > 0) \\ -1 & (y < 0) \end{cases} \quad (3)$$

また  $\text{Tan}^{-1}$  は主値を表わす。

等方弾性体についてのフックの法則を適用して応力テンソルを求め、三次元応力状態についてのピエゾ磁気法則(SASAI, 1980)を用いれば、

$$\begin{bmatrix} \Delta J_x \\ \Delta J_y \\ \Delta J_z \end{bmatrix} = \frac{3}{2} \beta \mu \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial u_x}{\partial y} & \frac{\partial u_x}{\partial z} \\ \frac{\partial u_x}{\partial y} & 0 & 0 \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで  $\beta$  は磁気応力係数、 $\mu$  は剛性率である。今の場合一様磁化を仮定する。これに双極子則を適用すると、観測点  $(x_0, y_0, z_0)$  のピエゾ磁気ポテンシャルは次の積分で与えられる：

$$W_x = \frac{3}{2} \beta \mu J_x \iiint \left\{ \frac{\partial u_x}{\partial y} U_y + \frac{\partial u_x}{\partial z} U_z \right\} dx dy dz \quad (5a)$$

$$W_y = \frac{3}{2} \beta \mu J_y \iiint \left\{ \frac{\partial u_x}{\partial y} U_x \right\} dx dy dz \quad (5b)$$

$$W_z = \frac{3}{2} \beta \mu J_z \iiint \left\{ \frac{\partial u_x}{\partial z} U_x \right\} dx dy dz \quad (5c)$$

ここで

$$U_x = \frac{(x_0 - x)}{\rho^3}, \quad U_y = \frac{(y_0 - y)}{\rho^3}, \quad U_z = \frac{(z_0 - z)}{\rho^3}, \quad (6)$$

また

$$\rho = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} \quad (7)$$

モデルは  $x$  軸方向に一様なので、(6)式は  $x$  について簡単に積分できて、

$$W_x = 3\beta\mu J_x \int_0^H dz \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial u_x}{\partial y} \frac{y_0 - y}{(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \frac{z_0 - z}{(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} \right] dy \quad (8)$$

$$W_y = W_z = 0 \quad (9)$$

さて(2)式に見るように、我々是不連続な関数を微分することになる。そこで我々は超関数の意味での微分を導入する(VLADIMIROV, 1971)。次の公式を適用すると

$$\frac{d}{dy} \operatorname{sgn}(y) = 2\delta(y) \quad (10)$$

(但し,  $\delta(y)$  はデルタ関数),

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \begin{cases} \frac{z - \zeta}{y^2 + (z - \zeta)^2} & (z > \zeta) \\ \frac{z - \zeta}{y^2 + (z - \zeta)^2} + 2\pi\delta(y) & (z < \zeta) \end{cases} \quad (11)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{-y}{y^2 + (z - \zeta)^2} \quad (12)$$

(8)式の $y$ についての積分はやや複雑ではあるが, 有理関数の積分なので解析的に実行できて(後で紹介するBANKS et al. (1991)を参照),

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial u}{\partial y} \frac{y_0 - y}{(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} \right] dy = \begin{cases} \frac{\pi y_0}{y_0^2 + (2z - \zeta - z_0)^2} & (z > \zeta) \\ \frac{-\pi y_0}{y_0^2 + (z_0 - \zeta)^2} + \frac{2\pi y_0}{y_0^2 + (z - z_0)^2} & (z < \zeta) \end{cases} \quad (13)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial u}{\partial z} \frac{z_0 - z}{(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} \right] dy = \begin{cases} \frac{\pi y_0}{y_0^2 + (2z - \zeta - z_0)^2} & (z > \zeta) \\ \frac{\pi y_0}{y_0^2 + (z_0 - \zeta)^2} & (z < \zeta) \end{cases} \quad (14)$$

(13)式右辺の下段第2項がデルタ関数からの寄与である。

次に $z$ についての積分は, 容易に実行できる。かくして我々は一様スリップ・モデルのピエゾ磁気ポテンシャルとして

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \frac{1}{\beta \mu J_x \Delta U} = & \operatorname{Tan}^{-1} \frac{2H + d - z_0}{y_0} - \operatorname{Tan}^{-1} \frac{d - z_0}{y_0} - \operatorname{Tan}^{-1} \frac{2H + D - z_0}{y_0} + \operatorname{Tan}^{-1} \frac{D - z_0}{y_0} \\ & - \operatorname{Tan}^{-1} \frac{d - z_0}{y_0} - \operatorname{Tan}^{-1} \frac{2H - d - z_0}{y_0} + \operatorname{Tan}^{-1} \frac{2H - D - z_0}{y_0} + \operatorname{Tan}^{-1} \frac{D - z_0}{y_0} \quad (15) \end{aligned}$$

これは  $H > D$  の場合であるが,  $D > H > d$  や  $d > H$  の場合も同様にして得られる。この結果はSASAI (1980)の得たものと同じである。つまり我々は, 応力場を先に求めて直接積分するやり方でも, グリーン関数法と同じ結果を得た訳である。(15)式右辺の第2と第4項, 第5と第8項の組合せが, 断層面の位置に生じた等価磁石を表している。この項がデルタ関数から生じたことは云うまでもない。

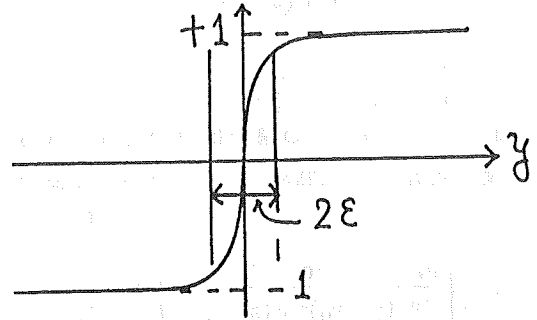
STACEY教授は, このデルタ関数こそ断層面の応力場の特異性を表しているのであるとして, 筆者の見解に同意しなかった。その結果, 発表された論文が, HAO et al. (1982)である。この論文では, 断層のへりの応力の特異性を近似的に小さくしたモデルでは, 一様ずれモデルよりもピエゾ磁気変化は小さくなることが強調されている。

一方筆者の立場では, デルタ関数は計算の便宜のために導入したに過ぎない。実際, この

場合のデルタ関数はヘビサイドのステップ関数の微分として定義されるもので、部分積分を簡略化したものと理解される (VLADIMIROV, 1971)。この部分積分する過程を一般化すれば、断層面に等価磁石が現れる理由が明らかになるに違いない。そうやってたどりついたのが、ピエゾ磁気ポテンシャルの面積分表現である (SASAI, 1983)。これをくい違い面を内部に含む磁気弾性体に適用すると、くい違い面には必ず磁気二重層が現れ、その強さはくい違い量に比例する。ここから地震地磁気モーメントの概念が生まれた。

### 3. デルタ関数の物理的意味

このデルタ関数の由来を考えてみよう。断層面における変位の不連続は、断層近傍での急激だが、連続な変位の極限とみなすことが出来る。第5図に示したように、 $\text{sgn}(y)$  という関数は、この遷移領域の幅  $2\epsilon$  を無限小にした極限で得られる。このような性質を持った関数には、色々なものがある。ここでは次のようなものを採用してみる：



第5図  $u_0(y)$

$$u_0(y) = \frac{2}{\pi} \text{Tan}^{-1} \frac{y}{\epsilon} \quad (16)$$

さて(2b)式で、 $\text{sgn}(y)$  を  $u_0(y)$  で置き換えてみよう。(10)式の  $y$  についての積分で使った公式を用いると、

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \pi \frac{\partial u_0}{\partial y} \frac{(y_0 - y)}{(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} dy &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\epsilon}{y^2 + \epsilon^2} \frac{(y_0 - y)}{(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} dy \\ &= \frac{2\pi y_0}{y_0^2 + (z - z_0 + \epsilon)^2} \end{aligned} \quad (17)$$

ここで  $\epsilon$  をゼロに近づけると、(17)は(13)式右辺の下段第2項に一致する。この遷移領域の幅  $2\epsilon$  を小さいが有限に保っておけば、 $d = 0$  の場合であっても、断層線上で磁場が発散することは無い。

この変位成分  $(u_0(y), 0, 0)$  は、応力の成分としては次の2つしか持たず、しかもそれは断層の近傍にだけ集中している。

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \frac{\partial u_0}{\partial y} \quad (18)$$

(18)式を運動方程式に代入すると

$$\rho f_x = - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \quad (19a)$$

$$\rho f_y = - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \quad (19b)$$

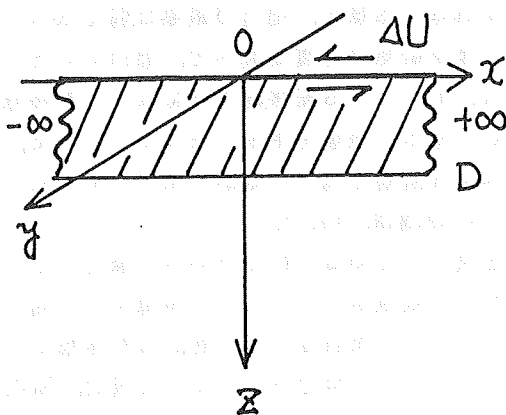
$$\rho f_z = 0 \quad (19c)$$

となる。(19a)の  $\rho f_x$  は(モーメントを持つ)ダブル・フォース(双力源)で、断層面を境に変位の急激な変化をもたらす。一方  $\rho f_y$  は双力源  $\rho f_x$  のモーメントをキャンセルする役割を果たす。(無限に長い断層の場合、 $\rho f_y$  は無限速で働いていると考えられる。)この両者が地震の力源としてよく知られたダブル・カップル(複双力源)を構成する(丸山, 1973)。もし我々が断層面に沿って、この力と同じ強さで逆向きの力を作用させることが出来るならば、断層の生じる前の状態に戻すことが出来るであろう。つまり  $u_0(y)$  によって作られるピエゾ磁場は断層運動の原動力に由来する、と考えられる。

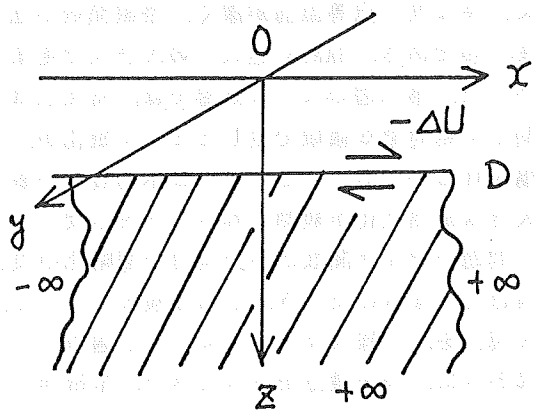
以上の説明は、1988年になって USGS の W. D. STUART 博士とこの問題で議論を再開した時に、考えたものである。当初はなかなかもっともらしい解説が出来たと喜んでいたのだが、よく思い直してみると、筆者は深刻な自家撞着に陥っていた。(18)のような応力場が断層近傍にだけ存在するとみなすのは、STACEY 教授がデルタ関数を応力場の特異性の表われと解釈したのと、同じ立場に立つことを意味する。部分積分操作の便法としてデルタ関数を導入したのだ、という筆者の立場からすれば、磁気弾性体内部で生じたピエゾ磁気総体の作る磁力線の湧出し口がくい違い面であって、断層面で無限大に近づくピエゾ磁気は無くてもよいはずである。

#### 4. STUART のパラドックス

STUART 博士は筆者への手紙の中で、次のような逆説を提示した。第6(a)図のように、地表  $d = 0$  から深さ  $D$  まで、 $\Delta U$  だけくい違った(この図では左ずれ)一様横ずれ断層があるものとする。この断層を含む面  $y = 0$  を境に、 $y > 0$  の側に  $-\Delta U/2$ 、 $y < 0$  の側に  $+\Delta U/2$  だけ剛体変位を加えてやる。地表から深さ  $D$  までの変位のくい違いはこの操作でキャンセルされて、その代わり  $z > D$  の領域に  $-\Delta U$  のくい違いを生ずる(第6(b)図)。ところで剛体変位は弾性体の応力状態を変化させないから、(a)と(b)の応力は同じはずである。SASAI (1980)の解では(あるいは2節のやり方でも)、くい違い面に等価磁石を生じるから、(a)と(b)のピエゾ磁場は異なる。応力状態が全く同じなのに、ピエゾ磁気変化が異なるとはどういう訳か?



第6(a)図



第6(b)図

直観的には分かりにくいですが、(a)と(b)の応力場が同じであることは、計算によっても確かめられる。ついでながら、この論争の発端で、地表に達した断層線が応力場の特異点かどうか、問題になった。(b)で明らかのように、地表の断層線は応力の特異点になっていない。さて初期状態から(a)へ、更に(a)から(b)の状態を実現する手続きを考察しよう。初期応力がゼロの状態、断層面の位置( $y = 0, 0 < z < D$ )に切れ目を入れる。この切断面の両側に力を加えて相対変位 $\Delta U$ を与え、断面を溶接してやる。 $0 < z < D$ に体積力を分布させてくいと維持していると考えてもよい。次に剛体変位を加える手続きに移る。 $y = 0$ 平面に沿って半無限弾性体を二つに切り分ける。(a)の状態では $y = 0$ の面にそって働いている応力は $(\tau_{xy}, 0, 0)$ で、これは $y = 0$ の面上でゼロではない。従って切断面を自由応力状態にすると、弾性反発によってずれが戻ってしまう。弾性場をそのまま保っておくために、この応力と同じ大きさで符号が反対の面応力を加えてやらなくてはならない。(この時 $z > D$ にも加えることに注意。)  $y > 0$ のブロックと $y < 0$ のブロックとを、そのまま相対的に $-\Delta U$ だけずらせて切断面を溶接する。 $0 < z < D$ の断面では、相対する面で力の作用点が再び戻って来て一致するので、面に働いていた力は消失する。 $z > D$ では力の作用点が異なるので、面応力が残る。

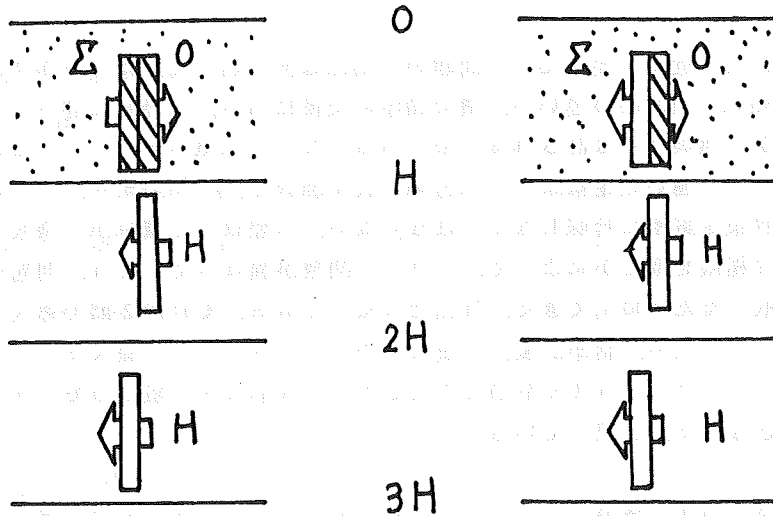
結局、(a)と(b)は応力場が同じであって、体積力分布が異なる、といえる。つまり変位の不連続を微分して出てきたデルタ関数は歪の急変線として機能しており、この狭い領域(極限として厚さゼロ)だけで、ピエゾ磁気を生じていることになる。SASAI (1980)の解に固執する限り、「面的に分布した(体積はゼロの)体積力によるピエゾ磁気」という「妖怪」は避けられない。こうなると、そもそもピエゾ磁気の岩石実験で、サンプルの両端に加える圧縮力は、接触面でピエゾ磁気を発生させている、ことになりはしないか?

BANKS et al. (1991)は2節で展開したピエゾ磁気ポテンシャルのうち、デルタ関数に起因する項を削除した残りが正解である、とした。この時、断層面の位置に等価磁石は現れず、 $z = 2H$ という深さに対して鏡像の位置にある $z = (2H-d, 2H-D)$ と $z = (2H+d, 2H+D)$ という場所にだけ、等価磁石が現れる。従って地上での磁場変化は大変小さい。皮肉なことに、キュリー点等温面が深く、帯磁領域が拡大すればするほど、地上の磁場は弱くなってしまふのである。BANKS 達はこのモデルで生ずるピエゾ磁気の性質を調べて、面白いことに気づいた。第6図のような断層では、特異点は $(0, D)$ にある転移線だけになる。転移線に関して軸対象な領域で生じたピエゾ磁化が、互いに相手の磁場をキャンセルするように、磁場を作るのである。このことは不均質な帯磁—例えば断層を境に片側が非磁性—であれば、大きな磁場変化が観測されることを示唆している(OSHIMAN, 1990)。

問題のデルタ関数が部分積分の簡略化の役割を果たしているだけだという、筆者本来の主張はどうなるのだろうか。これを検証するには、ピエゾ磁気ポテンシャルの表現定理(面積分表現)を、一様スリップ・モデルに適用してみればよい。筆者は2節で展開した体積積分の代わりに、表面積分を行ってみた。帯磁地殻を $y = 0$ で2つに分け、各々を地表面、断層面を含む面、キュリー面で囲まれた磁性体と考える。それぞれに表現定理を適用して加え合わせ、ポテンシャルを求め直してみた。断層面からの寄与(これを $W(\Sigma)$ と名付ける)として、地震地磁気モーメント(SASAI, 1983)に対応して、断層面の位置に等価磁石が現れる。その

他に地表面からの寄与 $W(0)$ も断層の位置に等価磁石を生む。ところが意外なことに、 $W(0)$ と $W(\Sigma)$ は符号が逆で、互いに完全に打ち消してしまうのである。残るのはキュリー面からの寄与 $W(H)$ だけであって、これはBANKS et al. (1991)の解と完全に一致する。

実は既にSASAI (1983)は、一様スリップ・モデルの等価磁石がどの面からの寄与であるかを調べている。第7図に(a) SASAI (1980, 1983)と(b) BANKS et al. (1991) (および今回表現定理を当てはめて得たもの)の解の等価磁石を示す。図中の(0), ( $\Sigma$ ), ( $H$ )がそれぞれの面からの寄与を意味する。(b)で見ると、断層面の位置の等価磁石は、(0)と( $H$ )が打ち消し合ってゼロになる。実際には、(a) SASAI (1983)の結果は、一様スリップ・モデルの変位場に、表現定理を直接適用して得られたものではない。モデルの元になっている垂直横ずれの歪核の変位場から求めたものである。この求め方に問題があった訳で、次節で論ずる。



第7図 解の等価磁石 (a) SASAI (1980) (b) BANKS et al. (1991)

それでは教科書に載っている超関数の意味での微分は、誤っているのだろうか？ここで表現定理の導出過程を、もう一度振り返って見る。SASAI (1983)は体積力の項も含めた表現定理を導いている。これは弾性体の釣合の式に、体積力も入れておいたからである。通常、体積力はゼロである問題を扱うので、この項は省略される。超関数の意味での微分を持ち込むことは、(19)式の右辺で表される歪の急変線が存在するとみなすことになる。しかしこの強い(仮想的な)歪は、(19)式左辺の(仮想的な)体積力によって作られ、それと釣り合っている。従って考えている弾性体の系に、体積力の項を復活させなければならない。このことは結局、両者が差し引きゼロの寄与しかしないことになる。くい違いを作る仮想手順では、力を加えてずらせた切断面を、最後に「溶接」してしまうことで、体積力は残らない。切り離して体積力を加えたままで、くい違いを維持していると考えた時に、3節のような解釈が成り立つが、その場合には、表現定理の中の体積力項が現れて、デルタ関数の寄与を打ち消すのである。つまり、2節の解析で出てきたデルタ関数は余計であった、と結論される。

##### 5. 要素ピエゾ磁気ポテンシャルの再構築—最終的解決

最後に残された問題は、グリーン関数法との整合性である。最初に述べたように、そもそ



も SASAI (1980) の解は一点におけるらせん転位の作るピエゾ磁気ポテンシャルを、くい違い分布のとおり積分して得られている。この点くい違いの作るポテンシャル(要素ピエゾ磁気ポテンシャルと呼ぶグリーン関数)の中に、断層面に等価磁石を生ずる問題の項が含まれていた。従って SASAI (1980) の求めた要素ポテンシャルに、何か欠陥があるに違いない。

この問題点の追求過程については、またもや長い話になるので、ここでは述べない。とりわけ重要だったのは、茂木モデルのパラドックスの指摘(SUZUKU & OSHIMAN, 1990)である。これを解決して(SASAI, 1991a)、だいたい見通しが良くなったものの、問題はそこで終わらなかった。くい違いの弾性論を用いた重力変化モデルを追求した OKUBO (1991) の仕事、最終的な突破口となった。要素ピエゾ磁気ポテンシャルの見直し作業は、最近ようやく完了した(SASAI, 1991b)。改訂されたグリーン関数からは、BANKS et al. (1991) と一致する解が導かれる。

解決するのに10年近くを要したこの問題の、根源は何であったのだろうか? SHAMSÍ & STACEY (1969) と SASAI (1980) の違いが、積分順序の交換にある、と最初に述べた。実はこの積分順序の交換が、無条件には許されないのである。ピエゾ磁気ポテンシャルは応力場を積分して得られる。くい違いの歪核による応力場を表す関数は、 $r^{-3}$  のオーダーを持つから、この特異積分の収束を厳密に吟味しなくてはならない。実際はこの積分が一様収束しないために、どのような極限を取るかによって、グリーン関数が異なってしまう。問題の項は、適切でない極限を取ったために出てきた、仇花だったのである。それが2節で導入したデルタ関数項と一致していたため、話が二重、三重にややこしくなった。一様スリップ・モデルと茂木モデルのパラドックスをうまく解消できたことで、線形ピエゾ磁気モデリング理論は矛盾の無い体系となった、と思っている。

最後に、一連の消耗な議論につきあってくれた多くの方々、特に大志万直人、大久保修平、歌田久司、西田泰典、田中良和、浜野洋三の皆さん(ほぼこの順序でメイワクをかけた)に感謝したい。特に4節の結論を出すにあたっては、浜野さんの「それ(体積力の効果)はグブって数えているのではないかね」の一言が決め手であった。

#### References

BANKS, P. O., W. D. STUART and S. W. LIU, Piezomagnetic fields of screw dislocation fault models, submitted to *J. Geophys. Res.*, 1991.

CHINNERY, M. A., The deformation of the ground around surface faults, *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 51, 355-372, 1961.

HAO, J. Q., L. M. HASTIE and F. D. STACEY, Theory of the seismomagnetic effect: a reassessment, *Phys. Earth Planet. Int.*, 28, 129-140, 1982.

丸山卓男, 断層地震の波源モデル, 「関東大地震50周年論文集」, 東京大学地震研究所, 147-165, 1973.

- OSHIMAN, N., Enhancement of tectonomagnetic change due to non-uniform magnetization in the Earth's crust - two-dimensional case studies, *J. Geomag. Geoelectr.*, 42, 607-619, 1990.
- OKUBO, S., Potential and gravity changes raised by a point dislocation, *Geophys. J. Int.*, 105, 573-586, 1991.
- SASAI, Y., Application of the elasticity theory of dislocations to tectonomagnetic modelling, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo*, 55, 387-447, 1980.
- SASAI, Y., A surface integral representation of the tectonomagnetic field based on the linear piezomagnetic effect, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo*, 58, 763-785, 1983.
- SASAI, Y., Piezomagnetic field associated with the Mogi model revisited: analytic solution for finite spherical source, *J. Geomag. Geoelectr.*, 43, 21-64, 1991a.
- SASAI, Y., Tectonomagnetic modeling on the basis of the linear piezomagnetic effect, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo*, 66, 585-722, 1991b.
- SHAMSI, S. and F. D. STACEY, Dislocation models and seismomagnetic calculations for California 1906 and Alaska 1964 earthquake, *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 59, 1435-1448, 1969.
- STACEY, F. D., The seismomagnetic effect, *Pageoph*, 58, 5-22, 1964.
- SUZUKI, Y., and N. OSHIMAN, A paradox in volcanomagnetism: Disagreement between analytical and numerical estimates of geomagnetic changes due to an underground pressure nucleus, *J. Geomag. Geoelectr.*, 42, 1291-1308, 1990.
- VLADIMIROV, V. S., *Equations of Mathematical Physics*, (English Translation from Russian), Marcel Dekker, 1971.