

單線吊磁力變化計の理論

H. H. Howe

On the Theory of the Unifilar Variometer.⁽¹⁾

Terr. Mag. 42 (1937), 29-42.

摘要——本篇では別途量を用ふ。制御磁石の不均等磁場を省略して簡單で包括的な方程式を得た：磁軸に直角な變化に依る radian 當りの寸法値は $(k+P)$ となり、茲に k は捩れの常數の磁氣能率に對する比で、 P は磁軸に平行な磁場である。其結果を吟味して、是が他の寸法値方程式に優越する事を示した。而して H -變化計に於て、其取取を D -變化計の夫と精細に組合せる必要の無い場合は、其寸法値として此式は十分である。

此問題を更に一般的見地から検討した。水平分力 H は實驗的に縦座標 n 、偏角 D 及び溫度 t の函數である、そして是等變數に依り Taylor 級數で表はされる。解析の結果 (a) 此方法は二次の効果を考慮する際屢々犯された間違を防止し；(b) 最も便利なやう適當に定義すれば、溫度係數は縦座標及び偏角に無關係となる；更に (c) 水晶剛性率の溫度係數符號の取違から著しい誤差が惹起されてゐた事が判明した。

寸法値變化の考察より (a) 捩冠を捩ぢても基線寸法値には殆ど利かぬ；(b) 縦座標に伴ふ光學的楕圓變化の効果に對する簡單な公式を導出した；(c) 縦座標に依る變化の主項は、磁石が回轉すれば地球磁場の一部が磁軸に平行に作用する事實に基く；(d) 單一 H -變化計に於て基線値及び基線寸法値の溫度係數は全く同じい；(e) 感度調節磁石は寸法値に對し大なる溫度効果を附與する；(f) 光學的溫度補整は正規の場合と反對符號の効果を生じ、是は小さい時も甚だ大きい時もある；(g) 實測寸法値に必要な補正值を誘導した。偏角變化の効果を考慮した。是は適當に調整せる變化計に就いても尙著しく、殊に溫度補整裝置皆無或は光學的補整の場合に於て然りである。

D -變化計に對する同様な取扱では (a) 他の磁石に依る磁場に對して補正しない限り、寸法値は著しい誤差を有する；(b) H 變化の影響は變化計が適當に調整されてゐる以上全く無視される——従つて D -變化計は如何なる分力變化計より遙に精確である；(c) 方向に依る誤差及び其大いさは變化計の溫度係數から摘發し又評價される。

一定方向の磁力成分に同様な方法を施せば、其公式は H -變化計の場合よりも稍々簡單となる。調整不良を考へた結果、 H 及び D からの X 及び Y 日週變化計算公式は屢々不正なる事が判明した。計器設計並に其取扱上可能な或種の改良を示唆して置いた。

§1. 裝置——單線吊磁力變化計は普通水晶絲で吊下げられ、垂直軸の周圍に自由に廻轉出来るやう、水平に横はれる自記磁石を有する。磁石に附着せる鏡面が、時計仕掛で廻轉せる圓筒上の感光紙即ち磁力記象紙面に、光源からの光線を反射する。別に固定せる鏡面があり眞直な基線を畫く。基線と曲線との間隔が縦座標である。溫度係數を小ならしむる爲、或は感度を變ずる爲、制御磁石を裝置する事もある。又光學的補整を施した變化計もある。是は磁石に附着せるものゝ直前に二種

の金屬織條で支へた鏡面があり、縦ひ磁石が廻轉せんでも温度の變化が光點を偏倚させる事になつてゐる。

§2. 種類——單線吊磁力變化計には其用途に従ひ三個の型式がある：測定すべき變化が地球磁場の (a) 一定方向例へば正北或は眞東に對する X -或は Y -變化計；(b) 水平分力に對する H -變化計；(c) 偏角、換言すれば水平分力と正北との夾角に對する D -變化計が即ち是である。尤も H -變化計は (b) よりも寧ろ (a) に屬するものと考へられる事もある。以下の論述中 §§ 3, 4, 5 は凡べての場合に； §§ 6-18 は主として (b)、然も其一部は凡べての場合に； §§ 19-23 は (c) に；そして § 24 は (a) に適用される。磁力は凡べて γ で表はす、但 $10^9\gamma$ は C.G.S. 電磁單位の $1G$ (gauss 或は oersted) に當る。

§3. 記號——別途量は端的に表はす。二個の別途量の内積は兩者間の點で示し、絶對値は其一つと之に對する他の一つの正射影との相乗積である。是は加法に就いて分配法則に従ふから、其微分は普通の積として得られる。

F は地球磁場、 H は其水平分力、 X は其北分、そして Y は其東分とする。 C は自記磁石の兩極に於ける其他の磁場全部の平均値で、 C の不均等に依る影響は隨處に述べて置く丈で實際には取扱はない事にする。 M は自記磁石の磁氣能率、 p は磁軸に沿ひ南極より北極に向ふ單位別途量を表はす。 $P = (F + C) \cdot p$ は磁軸に沿ふ磁場の強さである。 h は吊糸の捩れの常數、 $k = h/M$ は温度のみの函數で、磁氣感應を無視すれば磁石の位置或は F に從屬しない。尤も時日を経れば除々に變化する。 ψ は吊糸の捩れの角である。 n は p に直角な水平單位別途量で、 p の n に向ふ廻轉は ψ の増大を來たす。 n は記象紙上の縦座標で糧を用ふ。 t は攝氏の溫度。角は凡べて斷り無い限り弧度で表はす。

§4. 平衡——三個の扭力が磁石の垂直軸に關して作用する。 $MF \cdot n$ 及び $MC \cdot n$ は ψ を増加せしめんとし、一方 $h\psi$ は之を減少せしめやうとする。是等を等置し且 M で割れば

$$F \cdot n + C \cdot n = k\psi. \dots\dots\dots(1)$$

§5. 寸法値——若し F が微分的に變化すれば、 ψ も之に従ひ n に變化を來たす。 C の變化は其不均等にのみ基因するから、暫く之を無視すれば

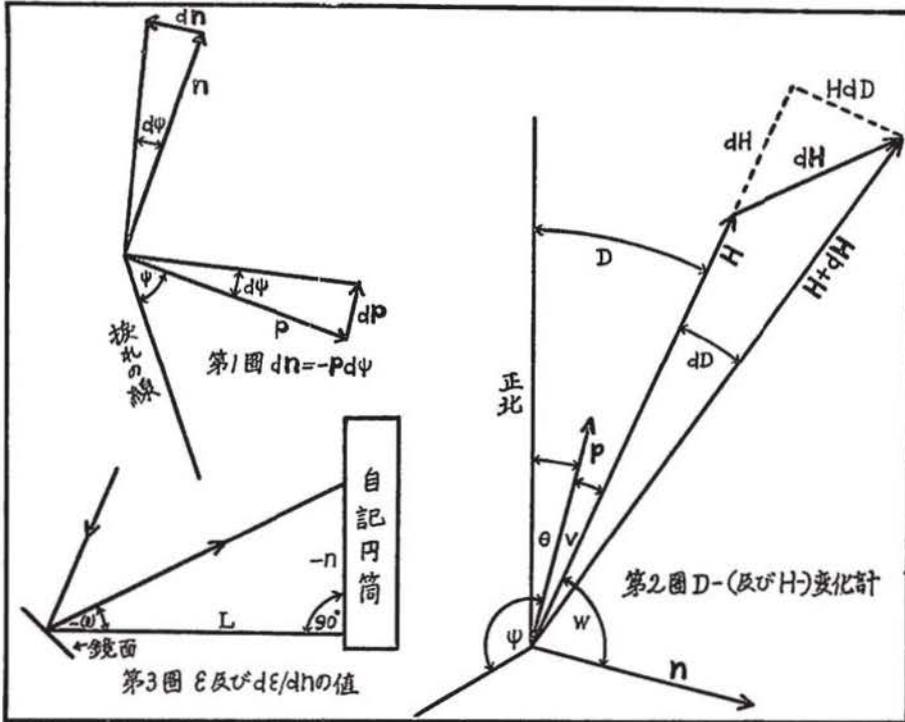
$$n \cdot dF + F \cdot dn + C \cdot dn = k d\psi. \dots\dots\dots(2)$$

n は單位の長さであるから、微分 dn は之に直角である。第 1 圖から dn は其長さが $d\psi$ で、單位別途量 $-p$ に平行である。故に $dn = -p d\psi$ となり、

$$n \cdot dF / d\psi = k + (F + C) \cdot p = (k + P). \dots\dots\dots(3)$$

是は基本の寸法値方程式で、 k は γ で表はされた相當磁場⁽²⁾である。絶えず方向を變ずる磁

軸に直角な變化に就いて radian 當りの寸法値が $(k+P)$ で、 k は磁石の位置に無關係であるが、 P は其廻轉に伴ひ變化する。



§6. H -及び D -變化計—— D は偏角、 θ は p と正北との夾角で正北から時計の廻る方向に正號を採る。 ψ の符號は θ の變化に應じ $d\theta = +d\psi$ なるやうにする。 H -變化計では特に磁石の北極が西方に向へる場合のみを考へるから、夫が反對に向へば符號の變化を要する事もあるであらう。今

$$\theta - D + 90^\circ = w, \quad D - \theta = v = 90^\circ - w \dots\dots\dots(4)$$

とすれば、第2圖から微分 dF に就いて

$$v \cdot dF = (\cos w) dH + H (\sin w) dD \dots\dots\dots(5)$$

を得、(3) に依れば

$$(\cos w) dH + H (\sin w) dD = (k+P) d\theta. \dots\dots\dots(6)$$

斯くて H -變化計に就いて二個の結論が出て来る。先づ dH に誤差を惹起するもの、 D の項は省略出来る。次に是は $H (\sin w) dD$ が $(\cos w) dH$ に比較して無視される限り許容される。 dH と HdD とは其大いさは同じ桁のものであるが、 $\sin w$ は 1 に比較すれば無視されるし、 $\cos w$ は確に 1 と看做して可いから

$$dH/d\theta = (k+P) \dots \dots \dots (7)$$

となり、是は γ/radian で示された一般的には十分な寸法値方程式である。若しより精確なものを欲すれば dD を勘定に入れねばならない。

同様に D -變化計に就いては $\cos w$ が省略出来るから、 $dD/d\theta = (k+P)/H$ となる。

實際 F は n 及び p に沿ひ分解され、 dF は H の方向と之に直角な方向とに分解される。別途量の有利なのは先づ微分した上で各々をもつと都合好いやう分解出来る點に在る。

何時かは此一對の變化計の讀取を精確に組合せて此二分力を計算し度いものである。其方法は § 10 以下に述べるが、今でも調整不良 (§ 25) の場合には一對の變化計を必要とするであらう。

P の値は後で必要だから掲げて置く。

$$P = H \sin w + C \cdot p \dots \dots \dots (8)$$

§ 7. 方法——(1) を k に就いて解き (6) に代入し、更に (8) を用ひ尙 dD の項を省略すれば

$$dH/d\theta = H (\tan w + 1/\psi) + (Cn/\psi + C \cdot p) \sec w \dots \dots \dots (9)$$

此式は $C=0$ とすれば D. L. Hazard⁽⁵⁾ の式と一致するし、又特別に制御磁石を裝置せる G. Hartnell⁽⁶⁾ の式とも一致する。尤も彼等の式では $dH/d\theta$ は w を通じて D を含む事實を閑却してゐる。

ψ , C 及び H は特別な觀測を要せず k よりもずつと精確に分つてゐるから、(9) は理論の大體を檢證する爲 $dH/d\theta$ の概略を求むるに役立つ。併し乍ら k は θ と獨立であるが、 ψ は之に従屬するので、多くの場合 (7) の方が好都合である。其意味は一入明瞭なる事が容易に納得されるし、又寸法値の變化決定に巧に利用され易い。

§ 8. $dH/d\theta$ の定數部分——標準状態で $w=0$ なる條件があれば、 $dH/d\theta = k_0 + C_0 p_0$ となる。若し變化計が適當に向けられてゐないと $w \neq 0$ である。 $C_0 p_0$ は主として感度調節磁石に基因する。⁽⁶⁾ 他の變化計の影響は k の不確實に比較すれば不問に附して可い。

§ 9. $dH/d\theta$ の變化——(4), (7) 及び (8) から次の事柄が分る：(a) 磁石が小なる角 ϕ 丈廻轉すれば w は ϕ 丈増加し、従つて P 及び $dH/d\theta$ は $H\phi$ 丈増加する (§ 15 参照)；(b) D が ϕ 丈増加すれば w は ϕ 丈減少し、従つて P 及び $dH/d\theta$ は $H\phi$ 丈減少する (§ 18 参照)；更に (c) 溫度が上昇すれば k は増加するが C は減少する (§ 16 参照)。

是等の變化の結果を精確に決定するには、もつと綿密な解析を必要とする。而して其方法では t 及び D 變化の影響を含む他の事項をも吟味出来る。

§ 10. 一般理論⁽⁶⁾——物理的獨立變數は H , D 及び t で、何れも自然の原因で變化する。尤も彼の吊糸のこりや年經るに従ひ生ずる緩漫な變化の如く數學に掛からぬものは差置く事にする。 n は是等の函數である。實驗的には n , D 及び t を測定し、 H は其函數 $H(n, D, t)$ として決定する。

尙 D は他の變化計で十分精確に測定出来るが、漸近的方法を用ひても可い。此三者を獨立變數とし、偏微分に當つては其二者は定數と看做す。

H の觀測値と標準値との相違は

$$\begin{aligned} \Delta H = & H(n_1, D_1, t_1) - H(0, D_0, t_0) = H(n_1, D_1, t_1) - H(n_1, D_0, t_1) \\ & + H(n_1, D_0, t_1) - H(0, D_0, t_1) + H(0, D_0, t_1) - H(0, D_0, t_0). \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

$$\therefore \Delta H = \int_0^{n_1} \frac{\partial H}{\partial n}(n, D_0, t_1) dn + \int_{D_0}^{D_1} \frac{\partial H}{\partial D}(n_1, D, t_1) dD + \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial H}{\partial t}(0, D_0, t) dt \dots\dots(11)$$

となり、被積分函數は夫々寸法値 s 、偽似項及び溫度係數 Q と稱し、 $s(0, D_0, t_0) = s$ 等と書く事にす。

n, D 及び t が與へられと Q の定義は次の如くなる： D を D_0 に戻し、 H を變じて n を 0 とし、 t を dt 丈そして H を dH 丈變じて n が 0 となれば、 $dH/dt = Q$ 。斯くの如く舊説⁽⁷⁾に反し Q は溫度のみに依關する。(11) の下記符號を書換へて Q を n に從屬させ、 s を t に無關係になし得る。併し t は n より遙に緩漫に變化するので、是は不便である。本質的に普通の定義では $Q = \partial H / \partial t$ であるが、實際は n 及び D に從屬して變化するであらう。遮莫 Q は茲に明確に定義された事とする。是は n 及び D に無關係になし得るからであつて、論理的には是非さうしなくてはならぬのである。

(11) は Taylor 級數に展開して第二次項迄採れば稍、不完全乍らも一層明瞭になる。

$$\Delta H = (A + E\Delta n/2 + J\Delta t)\Delta n + (B + F\Delta D/2 + I\Delta n + K\Delta t)\Delta D + (C + G\Delta t/2)\Delta t \dots\dots(12)$$

茲に A, B 及び C は H の一次偏微係數で、 E, F, G, I, J 及び K は其二次に屬するものである。

(12) の諸項中何れ丈採用すべきかは一考せねばならぬ。普通には A 及び C の項丈を、又 B 及び E を考慮に入れる事もある。其他は概して省略する。併し個々の變化計に就いては全係數の數値を明かにし、何の項が日常經驗する範圍に關係するかを決定せねばならぬ。特に F 及び I の項が E 項より遙に大であるであらう。

若し二次の項を切捨てると一次微係數には n, D 及び t の數値で都合の好いのを用ふべく、然らずんば一次微係數には $0, D_0$ 及び t_0 を、そして二次微係數には好都合の數値を用ひる。若し其結果が可成不精確であれば、三次の微係數をも採用せねばなるまい。

(12) では $Q = C + G\Delta t/2$ であるから、 Q は明かに n 及び D とは無關係である。二次の項は瞬間的數値に至極有效な丈で、毎時の平均値に就いては左程でもない。⁽⁸⁾

§11. H の微係數——獨立變數 n, D 及び t 並に從屬變數 H の微分で (1) 全部の微分式を拵へる。 C 及び k は t のみの函數であるが、 θ には二つの場合がある：(a) 光學的補整の場合は n

が物理的に θ 及び t から決定されるから、 θ は實驗的に n 及び t の函數となる；(b) 非光學的補整の場合は θ は實驗的に n のみの函數で、 $\partial\theta/\partial t=0$ なる特別の場合となる。今

$$\partial\theta/\partial n=\varepsilon, \partial\theta/\partial t=\eta, dk/dt=qk \dots\dots\dots(13)$$

と置けば、 $d\theta=\varepsilon dn+\eta dt$ となる。

dt を含む (1) の諸項の微分即ち $-n \cdot dC+\psi dk$ を (3) の右邊に加へ、(1) から ψ を代入すれば

$$n \cdot dF=(k+P)(\varepsilon dn+\eta dt)-n \cdot dC+q(H \cos w+C \cdot n)dt. \dots\dots\dots(14)$$

此式は如何なる單線吊變化計に於ても成立する。H-變化計に就いては (5) 及び (8) から

$$dH=[H \tan w+(k+C \cdot p) \sec w] \varepsilon dn-H(\tan w) dD \\ +[qH+(qC \cdot n-n \cdot dC/dt) \sec w+(k+P) \eta \sec w] dt. \dots\dots\dots(15)$$

H の偏微係數は (15) と次式とを比較して同一な事が分る。

$$dH=A dn+B dD+C dt \dots\dots\dots(16)$$

時を移さず H の二次偏微係數を算出する方が最も有效である。其方法は一つ丈に就いて説明し、他は凡べて結果丈を示す。 $I=\partial^2 H/\partial n \partial D=\partial A/\partial D=\partial B/\partial n$ 。 $\partial B/\partial n$ を求むるに、D 及び t は定數である事に留意するのが肝要である。n が變化すれば H も變化する、そして定義から $\partial H/\partial n=A$ 。(9) (4) 及び (13) から $\partial w/\partial n=\varepsilon, \partial w/\partial t=\eta$ 、且 $\partial w/\partial D=-1$ 。従つて

$$I=\partial B/\partial n=\partial(-H \tan w)/\partial n=-A \tan w-H \varepsilon \sec^2 w. \dots\dots\dots(17)$$

$\partial H/\partial D=B$ で k, C, p 及び ε は D に無關なる事に留意して、檢算の爲 $\partial A/\partial D$ を計算すれば

$$\partial A/\partial D=[B \tan w-H \sec^2 w-(k+C \cdot p) \sec w \tan w] \varepsilon \dots\dots\dots(18)$$

となり、A 及び B の値を代入すれば (17) 及び (18) は一致するのである。

n 及び p は θ の函數である事と、例へば $\partial p/\partial n=\varepsilon n$ なる事とに留意すれば、同様に簡単な代入に依り次式を得る。

$$E=\partial^2 H/\partial n^2=\partial A/\partial n=2A \varepsilon \tan w+\varepsilon^2 H+C \cdot n \varepsilon^2 \sec w+(A/\varepsilon)(d\varepsilon/dn). \dots\dots(19)$$

$$F=\partial^2 H/\partial D^2=\partial B/\partial D=-B \tan w+H \sec^2 w=H(1+2 \tan^2 w). \dots\dots\dots(20)$$

$G=\partial^2 H/\partial t^2$ は、溫度係數の溫度に對する變化と云ふ普通不明な項に依らなければならぬので、理論的式を有せぬ。

$$J=\partial^2 H/\partial n \partial t=\partial C/\partial n=\partial A/\partial t=\varepsilon[qk \sec w+C \tan w+(dC/dt) \cdot p \sec w] \\ +\eta(A \tan w+\varepsilon H+C \cdot n \varepsilon \sec w). \dots\dots\dots(21)$$

$$K=\partial^2 H/\partial D \partial t=\partial C/\partial D=\partial B/\partial t=-C \tan w-H \eta \sec^2 w. \dots\dots\dots(22)$$

但 $\partial \varepsilon/\partial t \equiv \partial \eta/\partial n=0$ とした (§14 参照)。

§12. 溫度係數——(11) 及び (16) に依れば溫度係數は $Q=C(0, D_0, t)$ である。 dQ/dt は普通不

明であるから Q には定數を用ふ。全然一定とは行くまいが、 q 及び dk/dt に就いても同様である。従つて $Q=C(0, D_0, t_0)$ を探る。變化計室は普通絶縁されてゐるので Q を定數としても、其誤差は Q 本來の誤差と同様に短期間中は無視される。尤も長期間に亙れば基線値がずれて来る。 dQ/dt は多分二個の變化計を比較して檢出可能かと思ふ。著者は最近 Cheltenham で二個の s -變化計に就いて之に成功した。

I. 單一變化計の場合 ($\eta=0, C=0$)——(15) 及び (16) から

$$Q=qH. \dots\dots\dots(23)$$

dk/dt と dM/dt との関係は Hartnell⁽¹⁰⁾ が攻究し、水晶の剛性率 μ の溫度係數は Smithsonian Physical Tables から引用してゐる。併し其符號を間違へてゐると思ふ、 $d\mu/dt=+0.00012\mu$ である。⁽¹¹⁾ 更に膨脹を勘定に入れると $dh/dt=0.00016h$ となる。若し $q_1M=-dM/dt$ とすれば $q=q_1+0.00016$ となり、 q_1 は正數で其數値は普通 0.0003 乃至 0.0006 である。

II. 非光學的補整の場合 ($\eta=0$)——(15) に依れば溫度補整は $C_0 \cdot n_0$ 及び其微分に從屬するが、其装置の様式には無關係である。 $Q=0$ と置いた方程式は Schmidt⁽¹²⁾ 及び Hartnell⁽¹³⁾ がものした様式の装置に對する式と殆ど一致する。

Hartnell は吊絲並に兩磁石間の距離に對する溫度効果を看過した。尤も此距離の些少の變化は有勝の事と斷つてゐる。此二點が式の上で相違してゐる。前者に就いては既に述べた通りである。眞鍮の膨脹係數は約 0.000019 で、 q_2 を補整磁石の溫度係數とすれば、 $dC/dt=-(q_2+0.00006)C$ 。従つて

$$Q_0=C_0 \cdot n(q_1+q_2+0.00022) \sec w + H(q_1+0.00016). \dots\dots\dots(24)$$

若し $0.0003 < q_1 = q_2 < 0.0006$ で、 $C \cdot n/H \approx -5/9$ ならば $Q=0$ となる。實際には普通觀測から Q を確めるのである。

III. 一般の場合—— $\eta=0$ なる時の Q の値を Q^* とすれば (15) より

$$Q_0=Q_0^*+s_0\eta_0 \sec w_0/\epsilon_0. \dots\dots\dots(25)$$

§13. 寸法値——寸法値と稱するものに三種あり、凡べて偏角に從屬し方が異なるのみである。即ち (15) の $\partial H/\partial n=A$ 、目盛に使用すべき (11) の $s=A(n, D_0, t)$ 及び §17 に吟味するであらう實測寸法値が是である。(11) の下記符號或は (12) の項を書換へれば、 s は偏角變化の影響を包含し得るであらう。併し上記の體裁がより便利と思はれる。

振冠を振ると $H(0, D_0, t_0)$ 丈が變化し、 s_0 は殆ど不變である。若し基線値を $U \gamma$ 丈増せば、基線寸法値は $U \epsilon \tan w_0 \gamma$ 丈殖える。是は Hartnell⁽¹⁴⁾ の與へた變化量より遙に少い。彼は明かに其 (112) 式の H_r の變北を斟酌しなかつたのである (尙第 26 節 III 参照)。

§14. ε の變化——(19) に依れば $\partial s/\partial n$ は $d\varepsilon/dn$ を含む。是は概ね省略出来るが、稀には然らざる場合もある。 ε は n 丈の函數で、縦んば温度補整装置が有つても自記磁石に接近してゐる限り、光點が自記圓筒に當る處に依つて決定される。 ω は第 3 圖に明かな如く n 丈の函數である。 L に對する鏡玉の影響は此處では無視する。⁽¹⁶⁾ 従つて $\tan w = n/L$ で、 $\sec^2 \omega (d\omega/dn) = 1/L$ 。若し温度補整装置が不動即ち t が一定で、鏡面のみが廻轉するとすれば $d\omega/dn = 2\partial\theta/\partial n$ であるから、

$$\varepsilon = \partial\theta/\partial n = (d\omega/dn)/2 = \cos^2 \omega / 2L, \dots\dots\dots(26)$$

$$d\varepsilon/dn = -2(\sin \omega \cos \omega / 2L)(d\omega/dn) = -4\varepsilon^2 \tan \omega. \dots\dots\dots(27)$$

§15. a 項——是は沿岸陸地測量部其他が寸法値方程式に於ける縦座標の一次項の係數、即ち(19) 及び (27) で評價される $a = E(n_{\text{mean}}, D_0, t_{\text{mean}})$ に命名したものである。 ω 項は尋常にしろ豫備にしろ光點の位置に從屬するが、其他の諸項は磁石の位置に依關し、一定の磁氣能率では凡べての光點に對して何時も同じである。若し引數の數値が $w = \omega = 0$ であれば、

$$a = \varepsilon^2(H + C \cdot n_0) \dots\dots\dots(28)$$

となり、 $C = 0$ とすれば Hartnell⁽¹⁷⁾ よりも返つて S. E. Forbush⁽¹⁶⁾ の式を確證する。補整並に自記磁石間に於ける磁力分布の効果は著しく (28) を變化させるであらう。

(28) で與へられる a の主項は何に由來するであらうか。其原因は (1) が $\partial^2 H / \partial n^2 \neq 0$ となつてゐるからであるが、もつと具體的説明が望ましい。寸法値は吊絲の振れの量に從屬し、其量の増減に伴ひ變化すると説明する者もある。方程式は ψ を含む (9) を主に用ひてゐる。併し (9) は H, w, n 及び p を含み、是等も亦 t 及び D が一定でも n と共に變化するから、其結果は何うしても自明ではなく、従つて此説明では不十分である。實際若し $w = 0$ の時 H が増加せる爲振冠を振じ再び $w = 0$ に戻せば、吊絲の振れは變るが s は元の儘であるのである。

満足な説明は (7) を (8) に聯關させて得られる。即ち s の一部は磁軸に平行な磁場に比例する、然るに之は磁石が廻轉するに從ひ必ず變化するからである。

§16. s の t に伴ふ變化——(21) に依れば $\partial s/\partial t = J$ 、但 $D = D_0$ とする。

I. 單一變化計の場合—— $\eta = C = 0$ であるから、(15) 及び (21) より

$$C/H = J/A = q \dots\dots\dots(29)$$

を得、是は n, D 及び t の如何に拘らず成立つ。 $Q = C(0, D_0, t)$ で $s = A(n, D_0, t)$ であるから、基線値及び基線寸法値の單位溫度に對する増減の比は全く同じい⁽¹⁸⁾。此影響は小さくて $q = 0.0006/\text{degree}$, $s = 4 \gamma/\text{mm.}$, そして $\Delta t = 20^\circ$ でも $\Delta s = 0.048 \gamma/\text{mm.}$ に過ぎない。

II. 非光學的補整の場合 ($\eta = 0$)——今 $w \neq 0$ の場合のみを考ふ事とすれば、(21) より

$$\partial s/\partial t = (qk + p \cdot dC/dt)s \dots\dots\dots(30)$$

茲に注意すべきは k_s が基本的寸法値で、 $C \cdot p_s$ の方は感度調節磁石の爲増加せる分である。此式は Hartnell⁽⁴⁹⁾ が其装置に就いて與へたものと本質的に同じい。(30) が零となる條件は Schmidt⁽²⁰⁾ が其装置に就いて Q を n と無關係ならしめたものに相當する。§10 に於て明かなる如く此二つの概念は同等である。

(24) の記號を踏襲し q_s を感度調節磁石に於けるものとすれば、

$$\partial s / \partial t = [k(q_1 + 0.00016) - C \cdot p(q_s + 0.00006)]s. \dots\dots\dots(31)$$

Cheltenham に於ける單線吊 H -變化計に就いては⁽²¹⁾、 $k_s = 18 \gamma/\text{mm}$ 。で $C \cdot p_s = -15 \gamma/\text{mm}$ 。である。今 $q = 0.00037$ 及び $p \cdot dC/dt = -0.00037 C \cdot p$ とすれば、 $\partial s / \partial t = (18 + 15)(0.00037) = 0.012 \gamma/\text{mm}/\text{degree}$ となる。是は經驗上の 0.0065 なる數値に近似して居り決して省略出來ぬ。太い吊糸と調節磁石とは $a = 0$ ならしむる爲であるが、(19) で明かなる如く磁軸が卯酉線から逸れてゐなければ a に對して何の效果も來たさぬ。若し逸れて居れば調節磁石は $C \cdot n$ を變化せしむるであらうが、然も其効果は輕微に過ぎぬであらう。併し是等は過大で稍、不確實な温度効果を s に齎らす。

III. 光學的補整の場合 ($\eta \neq 0$; 調節磁石無し、從つて $C = 0$)——若し $w \neq 0$ と看做せれば、 $s = k_s$ であるから (21), (23) 及び (25) から

$$\partial s / \partial t = q_s [1 - (H/k)^2 (1 - Q/Q^*)]. \dots\dots\dots(32)$$

如何なる變化計でも q_s 項は有するも、他の項は光學的補整に基く⁽²²⁾。物理的には F が一定なる限り t の變化は光學的補整の有無に拘らず常に θ に同じ變化を惹起する。併し補整装置皆無ければ s の變化は結局縦座標の變化に歸せられるし、光學的補整の場合は温度に伴ふ變化と看做せる。補整装置皆無の單線吊變化計を用いた沿岸陸地測量部初期の觀測には⁽²³⁾、此 s の季節的變化を温度に伴へるものと誌されてゐる。而して是が縦座標即ち實驗的變數 n , D 及び t の項に依る變化であると觀破されたのは稍、後の事である。

k が小さくて H が大であれば、 s に對する温度の影響は光學的補整の施行を不可能ならしめる。若し $H/k < \sqrt{2}$ ならば、 $|\partial s / \partial t|$ は光學的補整の場合が其無い場合よりも小さい。

§17. 實測寸法値——寸法値は電氣的又は磁氣的に附加した、其大いさ及び方向既知の磁場に依り、變化計を偏倚せしめて決定する。今此磁場の方向と正北との夾角を D' とし、 H_0 を當時の水平分力の數値とすれば、(3) に依り D' の方向に於ける増分 dW は次の如き n の變化を招來する。

$$\sin(D' - \theta) dW = [k + H_0 \cos(D - \theta) + C \cdot p + W \cos(D' - \theta)] s dn. \dots\dots\dots(33)$$

dW/dn を n , D 及び t の函數たる s と比較するには、(15) の H は (33) の H_0 と同一でない事に留意せねばならぬ。 $\partial H / \partial n$ の定義では H は變數であるからである。若し両者が同一方向で

あれば $H=W+H_0$ となるであらう。

(15) 及び (33) を比較して

$$s \sin(D_0 - \theta) - (\partial W / \partial n) \sin(D' - \theta) = [H \cos(D_0 - \theta) - H_0 \cos(D - \theta) - W \cos(D' - \theta)] \varepsilon \dots (34)$$

観測から s を決定するには、 θ , $\partial W / \partial n$, s , ε , H 及び W は n の函数なる事に留意し、 n の變域に就いて積分せねばならぬ。普通の大きさの偏倚で、 D , D' 及び D_0 が相互に例へば 4° 以内で且 $|90^\circ - \theta + D_0| < 5^\circ$ であれば、是は

$$s = (\partial W / \partial n) [\cos(D' - D_0) + \cot(D_0 - \theta) \sin(D' - D_0)] + \varepsilon H (D - D_0) \dots (35)$$

と書直して宜しく、更に角が小なれば $s = \partial W / \partial n + \varepsilon H (D - D_0)$ として十分である。

別に二次の效果は考へられなく共、此補正文は是非施さねばならぬ。若し寸法値測定が毎日一定時間に行はるれば s は D の平均値に就いて補正すべく、然も D の相異なるべき任意時間に行はるれば此補正に依り埋合せらるべき開きを生ずるであらう。沿岸陸地測量部の諸観測所に於て、此開きは容易に $0.03 \gamma / \text{mm.}$ に達する。

因に s の永年變化は D_0 の夫から期待される ((15) 参照)⁽²⁴⁾。

§18. 偽似效果——(15) から $\partial H / \partial D = -H \tan w$. (11) に依れば是は當時現在の n 及び t の數値を用ひ、 D_0 から D 迄積分せねばならぬ。(12), (17), (20) 及び (22) に於ける二次の效果は $\partial H / \partial D$ の變化を考へねばならぬか何うかを示すものである。若し之を考へるに及ばなければ、引數の平均値に就いて出せば可い。二次の效果をも考へねばならぬ時は、演算に當つて (12) を用ひ 0 , D_0 及び t_0 に就いて一次の項を計算するのである。

F 項は實際 H と D_0 方向成分の變化との相違である (§24 参照)。

I 項は H が變化すれば磁石が廻轉し、従つて D 變化の影響が變るから生ずる。 ε を減じ或は s を増す以外には如何なる調整でも此誤差を小ならしめない。但適當な調整に依り除去さるべき一次の效果に對比しての事である。(12) の諸項を整頓し直せば、此效果は偏角と共に寸法値が變化するやうに見える。若し $s = 3 \gamma / \text{mm.}$, $H = 20,000 \gamma$, $\varepsilon = 1 / (2,000 \text{ mm.})$, $\Delta D = 1^\circ$ 及び $\Delta H = 150 \gamma$ ならば $-I \Delta n \Delta D = 87.7$ となる。故に小さな磁氣嵐でも水平分力に相當な誤差を惹起する。

K の大部分は光學的補整から生ずる。即ち磁石は溫度に従ひ n は一定の儘廻轉するので、偏角は上述の如く磁石に影響する。

此偽似效果に就いては磁氣的補整の場合が光學的補整或は補整装置皆無の場合より良好で、其前者に於ては K が大きく後者に於ては n が大なる季節的變化を呈するからである。若し上記の變化計が光學的補整附で調節磁石を缺ぎ、而して $q = 0.0006 / \text{degree}$, $\Delta D = 1^\circ$ 及び $\Delta t = 15^\circ$ であれば、(25) を利用して $K \Delta D \Delta t = 107.5$ の誤差を惹起する事になる。

§19. D-變化計——偏角は固より n , H 及び v の函數である。先づ一次の効果を考慮する、是は (15) を dD に就いて解いて得られる。但 $\eta=0$ とする。

§20. 寸法値—(15) より

$$s = \partial D / \partial n = [1 + (k + C \cdot p) \sec v / H] \varepsilon. \dots\dots\dots(36)$$

若し磁石が正しく地球磁場の方向に在れば s は ε と等しくなるであらう。第 2 項は微小な補正值に過ぎぬ。 k は約 400^γ 或は 500^γ で普通考に入れられる。 $C \cdot p$ は他の變化計の磁石に依つて生じ、Cheltenham では約 -209^γ で s を 1% 程減ずる。是は些少ではあるが、もつと小さな補整値例へば鏡玉を斟酌する然るべき方法迄が考へられる。 s -變化計を据附けた儘 $C \cdot p$ を因却し、振冠を振ちて k を決定すれば、寸法値は結局殆ど $sH / (H + C \cdot p)$ となる。

$C \cdot p$ が s に對し影響すべき事は容易に首肯される處である。先づ $k=0$ とし、磁軸は $(H + C)$ に沿ふものとする。若し H と C とが平行ならば、磁軸は H の方向に横たはるから $D = \theta$ である。而して D が變化すれば、磁軸は H の方向から逃れ $\Delta D \neq \Delta \theta$ となる。併し斯様な吊糸の振れの観測からは $k=0$ としかならぬ。

D-變化計に適當に磁石を近付け $C \cdot p$ を無視し其偏倚から H 及び s の寸法値を決定すれば、是等は s と同じ割合に影響される。Hartnell⁽²⁵⁾ は此誤差を發見したもので、 D に就いては果せなかつた。

§21. 偽似效果—— (15) から

$$\partial D / \partial H = -(1/H) \tan v. \dots\dots\dots(37)$$

従ひ $-v = 40'$ で $H = 20,000^\gamma$ でも、 D に 0'.1 丈影響するには $\Delta H = 50^\gamma$ なければならぬ。

§22. 溫度係數—— $n \cdot dC/dt = -q_n C \cdot n$ とすれば、(15) から

$$\partial D / \partial t = q \tan v + (1/H)(q + q_n) C \cdot n \sec v. \dots\dots\dots(38)$$

Cheltenham に於ける Eschenhagen 式 D-變化計に就いて、Hartnell⁽²⁶⁾ は $Cn = -H \tan 12'30''$ と計算した。1936 年 7 月に沿岸陸地測量部の P. H. Williamson は實驗的に $\partial D / \partial t = -0.077' / \text{degree}$ なる事を發見した。著者は溫度係數が 0.0007 程度である事を斟酌して、(38) から斯程大なる係數は既知の原因では $-v$ が頗る大きく、多分 $1^\circ.5 (H = 18,300^\gamma)$ に達すると假定してのみ説明が附く旨報告した。1936 年 9 月磁軸の方向を §25 に述べる方法で決定し、磁氣北極から $1^\circ 54'$ 丈東方に偏つてゐる事が判明した。尙 $q = q_n$ ならば、 $q = 0.00055 / \text{degree}$ となる。

故に D-變化計の向の可否は其溫度係數から檢證される。其結果は非常に高率の不確實性に陥り易いが、方向に依る誤差は偽似效果からよりも寧ろ此方法で容易に發見され勝である。上記の場合 H が 60^γ 變化すれば基線値が 0'.4 丈喰違ひ、溫度の相違が 18° に及べば 1.4 の差異を齎ら

す事になる。

§23. 二次の効果——是等は D が n , H 及び t の函數なる事に留意し (36), (37) 及び (38) を微分して得られる。普通自記圓筒の傾斜に基く s の變化以外是等は殆ど省略される。更に高次の項を切捨てれば、數學に掛かる 5 個の二次効果は次の如く

$$(1/2)(\Delta H/H)^2 \tan v - (\Delta H/H)\Delta D(k + C \cdot p)/H - (\Delta H/H)Q\Delta t \\ + (C \cdot n/H - 4 \tan \omega)(1/2)(\Delta D)^2 + (qk - q_p C \cdot p)(1/H)\Delta D\Delta t \dots\dots\dots(39)$$

便宜上で、 $s\Delta n \doteq \Delta D$ と看做す。D-變化計が分力變化計に優越する所以のものは是等諸項の微小なる點に在る。若し $H=20,000\gamma$, $\Delta D=1^\circ$, $\Delta H=150\gamma$ で $k + C \cdot p = 600\gamma$ ならば、§18 の H-變化計に於ける誤差 87.7 に對照し (39) の第 2 項は 0.014 に過ぎぬ。斯様に偽似効果の除去は簡単に最初から正しく調節すべき問題に歸するのである。

§24. S-變化計——正北と D_2 の角を爲す方向に對する F の成分 S の變化を測定するには、 $H = S \sec(D - D_2)$ 及び $dH = dS \sec(D - D_2) + S \sec(D - D_2) \tan(D - D_2)dD$ を (15) に代入し、 dS は dn , dD 及び dt の項で表はす。然らば S が n , D 及び t の函數なる點に留意し、前の手口で理論を打立てる事が出来る。

若し $D_2 = D_0$ 即ち平均偏角の方向の變化を測定すれば、二次微係數の平均値は H に關するものと同じい。尤も $F = 2H \tan^2 w$ は例外とする。(§18 参照)。

S を n , R 及び t の函數として測定するには、(14) を $n \cdot dF = \sin(D_2 - \theta)dS + \cos(D_2 - \theta)dR$ と置けば可い。但 R は S に直角な H の成分である。 $\partial S/\partial R$ から變數 H を追出し、 D の代に R を置換へれば事は簡單になり、非光學的補整の場合は $F=0$ 及び $K=0$ となる。併し乍ら他の點で此理論は H-變化計の夫よりも煩雜になる。

§25. 調整不良——磁軸の平均方向に誤差の有る場合が多い。此の誤差は任意の方向に磁場を重疊して發見出来る⁽²⁷⁾。其原因は (a) 最初の据附に於ける誤差、例へば磁軸と幾何學的軸と平行せざるが如し；(b) 磁石及び鏡面の相互位置の變化；(c) H-或は S-變化計に於て光點の自記紙上他端への推移；(d) H-變化計に於て平均偏角の變化即ち是である。San Juan 地磁氣觀測所に於ては變化計据附以來偏角が 70' 狂つて來た。

若し是等の誤差を承知せず斯様な變化計を使用し、然る後に此誤差に氣附けば自記々録は如何に處理すべきか。蓋し一次の効果文を考慮すべきである。

茲に H-變化計があり、或時間の H と其平均値との差 $\Delta H'$ を表示したとする。寸法値測定 (§17) 時の附加磁場は常に正當であつたとする、若し (d の原因で方向に誤差を生じたとすれば不可なるからである。寸法値は實驗的に H の平均方向に偏倚せしめて決定され、然も正しいとす

る。併し乍ら $\Delta H'$ は §18 の偽似效果に就いて補正されねばならぬ、従つて $\Delta H = \Delta H' - H \tan w \Delta D$ 。若し w が大きければ ΔH の値は全部補正さるべきである。

w は屢々其不確實な數値よりも大きいけれ共、是等の計算を當然とする程大ではない。併し常に考慮を要する他の點がある。 ΔX 及び ΔY は $D, H, \Delta D$ 及び ΔH より計算される。若し w の存在が明瞭ならば、是は利用せねばならぬ。一寸の手間で多少異なる式を得られるからである。即ち

$$\left. \begin{aligned} \Delta X &= \cos D \Delta H' - H \sin 1' (\tan w \cos D + \sin D) \Delta D \\ \Delta Y &= \sin D \Delta H' + H \sin 1' (-\tan w \sin D + \cos D) \Delta D \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (40)$$

で、茲に D は角の分で表はす。

$w = 2^\circ$ でも之を無視して算出せる ΔX 及び ΔY の誤差は實際十分に微小である。併し D が小さくて例へば 6° であり、 ΔX が利用すべき $\Delta H'$ の數値よりも一定量以上違はなくても、尙且此 ΔX 計算の爲二年掛かりの 10 時間勤務が徒事でない以上、精確な公式を得る爲特に數分を費やす値打は確にある。而して此結果は然らざるものより其三分の一丈相違するであらう。

是に依つて之を觀るに、實際の公式は採用せる寸法値に於ける何等かの誤差の有無と同様に、 H 並に D 變化計の向及び寸法値測定時の磁場の實際方向並に其大いさに依關するのである。

改良私案

I. 光學的楨杆を長目にして H 及び Z が同一感度で廻轉する角を減少し、斯くて偽似效果を僅少にする。是には變化計室に場所の餘裕の無いのが主な支障を來たす。

II. Y 及び H よりも寧ろ D 及び X を測定する。 D 變化計は如何なる分力變化計よりも遙に確實で、適當に調整すれば事實偏角丈の變化測定の目的に添ふ (§23 参照)。 H を去り X に就けば殆ど F を零ならしめ (§24)、且一次の偽似效果の除去を容易ならしむる (§25, (d))。即ち非光學的補整の場合は光點固有の位置は磁石、鏡面及び光源の關係が變化しない限り不變であるからである。而して偏角の永年變化を斟酌する爲寸法値装置を動かす必要が無くなる。若し H 變化計に就いて之を爲さざれば、 $D_0 - D'$ は觀面に大きくなり (35) に影響するに至る。

D, X 及び Z は直角座標にならぬと異議を差挾む向もあらう。普通此座標は野外觀測器械を用ひる際のもので、從來 D, H 及び伏角が測定されたからである。

III. 制御磁石は其影響が多様で不確實であるから取除ける方が好ましい。單線吊變化計に對する影響の或物は本篇の諸式で決定されるが、制御磁石使用に當り包含さるべき微小な距離は新たに問題を惹起する。吊下げた磁石には實際力が作用し、Cheltenham に於ける單線吊 H 變化計に就いては、其磁極の一つに作用する此力は地球磁場の夫より尙大である。磁力分布の効果も亦諸係數

を著しく修正する。振冠を振ちて調整するに吊絲が精確に中心を通らない限り、吊下げた磁石が磁力の相違せる磁場に齎されるから、溫度係數並に寸法値は變化する事になる。著者は制御磁石撤廢の爲出來さうな工夫二個を示唆し度い。

III-a. 感度調節磁石は普通吊糸の太さを適當にし兼ねるので使用されるが、此吊糸の長さを加減出來る變化計の設計が可能ではなからうか。

III-b. 磁氣的補整に取つて代るべき十分な方法が必要である。溫度補整装置皆無の場合と光學的補整或は磁氣的補整の三者中、後者が最も望ましい事は §18 から明かである。若し磁石及び吊糸に就いて $dk/dt=0$ となるやうな新材料が發明されれば此問題は解決するのであるが⁽²⁹⁾、夫迄は振冠が溫度の變化に伴ひ二種の金屬織條で廻轉される仕組にする事は出來ないものだらうか⁽²⁸⁾。

脚註一括

- (1) 米國沿岸陸地測量部長承認の上で發表せるもの。
- (2) 此見解は Ad. Schmidt が示唆した。Ergebnisse der magnetischen Beobachtungen in Potsdam und Seddin in Jahre 1908. p. 39, line 7. 以下略號 EMB.
- (3) Directions fon magnetic measurements. 2nd ed. U.S. Coast Geod. Surv. Ser. 166 (1921), p. 101. 以下略號 DMM.
- (4) Horizontal-intensity variometers. U.S. Coast Geod. Surv. Spec. Publ. No. 89 (1922), (84) 式. 以下略號 HIV.
- (5) HIV. (89) 式.
- (6) 以下の見解の基礎は前米國沿岸陸地測量部員 L. Olshevsky 提出せり。
- (7) EMB. p. 39, line 30.
- (8) Ad. Schmidt $I\Delta n\Delta D$ 項に就いて誌す。EMB. p. 38, line 7 from bottom.
- (9) 是等の原理を顧慮せず幾多の誤差が導入された。例へば H は變數で其微分は (9) である事に留意すれば、(9) は寸法値の θ に關する變化を正しく出すのに用ひられる。其一次の項丈を考慮する限り詳細に關する注意は不必要であるが、更に二次の項をも考慮に入れば多數研究者の經驗に徴するに不當の結果の方が其正當なものより多分に有勝である。此處に述べた見解以外では正當な結果は得られない事が明瞭で、實に此見解に従へば是等は殆ど自動的に導出されるのである
- (10) HIV. § 44.
- (11) F. Horton: On the modulus of torsional rigidity of quarz fibres and its temperature coefficient. Phil. Trans. R. Soc. 204 (1905), 407-431. p. 429.
- (12) EMB. p. 39, line 29.
- (13) HIV. (165) 式; An intensity-variometer corrected for temperature. Terr. Mag. 30 (1925), 117-124.
- (14) HIV. § 21.
- (15) DMM. p. 100.
- (16) Some practical aspects of the theory of the unifilar horizontal-intensity variometer. Terr. Mag. 39 (1934), 135-143. (23) 式.
- (17) HIV. (66) 式.
- (18) 是は近似的に眞實なる旨證明せる式を Hartnell が掲げてゐる。Variation of horizontal-inten-

- sity variometer scale-value with temperature. *Terr. Mag.* 36 (1931), 29-32. p. 31.
- (19) 註 (18). p. 30.
- (20) EMB. p. 39, line 33.
- (21) 註 (18). p. 32.
- (22) 後者の効果の存在は米國沿岸陸地測量部 W.N. McFarland が、1934 年に華盛頓 Carnegie 研究所地磁氣課の幹部會議で指摘した。
- (23) 米國沿岸陸地測量部 Baldwin 或は Cheltenham 観測所の創刊號参照。
- (24) V. H. Ryd: On the scale-value and the base-value of the H-variometer. *Copenhagen. Met. Inst. Comm. Mag. No. 13* (1930), § 6.
- (25) G. Hartnell: Test-deflections for variometers and magnetographs. *Terr. Mag.* 37 (1932), 63-77. § 44, pp. 67-68.
- (26) 註 (25). § 43; p. 67.
- (27) HIV. § 48.
- (28) Ryd に依れば Rude Skov に於ける双線吊變化計は之と同様な考案で十分な成績を擧げてゐる。
註 (24). p. 1.
- (29) 譯述者曰く、是は最近蘇聯 Leningrad 郊外 Slutzk 中央地磁氣觀測所 B. M. Janowsky の手で見事に完成された。柿岡要報. 第 1 卷, 第 2-3 號, 97-100 頁参照。

大宅 耿 (柿岡地磁氣觀測所)
