

直流電車による磁場擾乱

徳本 哲男・角村 悟

概 要

自然磁場の測定を困難にしている直流電車の漏洩電流による人工擾乱磁場について従来の計算法を改良発展させ、広範囲の状況設定に対しても厳密な解を得ることができるようになった。その結果、新しい計算法による擾乱磁場は、オーダーは従来の計算法によるものと同程度だが数値は小さく見積もられることがわかった。

1. は し が き

直流電車の漏洩電流に起因する人口磁場は、自然磁場観測にとっては厄介なノイズである。というのは、ノイズ発生源は2次元にひろがり、かつ空間スケールが大きいので、距離による減衰が小さくなり、その影響が遠方にまで及ぶこと、及びノイズの波形が非常に複雑で技術的除去がほぼ不可能であることによる。* もし線路と大地とが完全に絶縁されて、電車を起動する電流が変電所→フィーダー線→電車→線路という閉じた回路にのみ流れるのであれば、直流電車でも、そのノイズは一般に遠方までは影響しない。何故なら、線路とフィーダー線を流れる電流が各々等大逆向きでかつ、互いに近接しているため遠くの地点におけるこの磁場は互いに相殺されて遠方から見れば実質的にこの回路に電流が流れていないと同様になるからである。ところが実際には大地と線路は完全には絶縁されてはいないので、かなりの漏洩電流が大地へと流れこむ。漏洩電流はそれ自身磁場を作るだけでなく、線路とフィーダー線を流れる電流に差を生じさせ実質的に回路に電流を流すことによって磁場を発生する効果もあるので二重のノイズ源となる。

自然磁場を観測する者にとって、直流電車の漏洩電流による磁場擾乱を量的に把握することは必要不可欠である。従ってこれまで実験、野外調査に加えてモデル計算も行なわれ、直流電車による磁場擾乱の概要は把握されている。

これまでのモデル計算では、井上 (1979) は、現実的な路線 (常磐線) と電車の配置を設定して計算を実行しているが、(1) 変電所の分担電流を導出するとき線路からの漏れ率を予め仮定して計算している。(2) 複数個の電車を同時に扱って境界条件をたてて解析解を求めるのではなく、各電車に対する解を単純に重ね合わせている。(3) 変電所に対するレール電位分布の跳ね返りを吟味していない。など、物理的に問題を残している。他方、単純化した状況設定ながら、柳原 (1977) は物理的に厳密な解を求め、近似計算により、

* 交流電車の場合、表皮効果により漏洩電流が地下深くまでは流れ込まず、また交流の周波数が自然磁場観測の帯域より高いためノイズ源とはならないのである。

実測値と照らし合わせて概ね良好な結果を得ている。

本論文では、柳原方式を拡張して、物理的に矛盾のない範囲で、できる限り現実的な状況に適用できるモデルを作成し、幾つかの例について計算した結果を報告する。そうすることによって、計算値と実測値の違いを生ずる原因の範囲が、地下構造の不均一性などに限定されることになり、問題はより明確になるとと思われる。

2. 計算方法

(1) 漏洩電流の求め方

変電所の数が多くなってくると、1台の電車に供給される電流の各変電所の分担量は電車変電所間の距離によって異なってくる。一般に近くの変電所からはより多くの電流が供給される。

我々は、電車の所用電流が一定で、変電所と電車の分布が既知である場合の漏洩電流の計算方法を考察する。

第1図のような始点(A)と終点(B)で区切られた線路区間を考え、AからBに向かって線路ぞいに座標 s をとる。以後、全て A→B の向きを正にとることとする。一点 s で線路を流れる電流を $J_r(s)$ 、そこでの漏洩電流を $i(s)$ とすると

$$i(s) = -dJ_r(s)/ds \quad (1)$$

という関係がある。線路は今、等電位とは考えられないので線路沿いに電位分布 $V(s)$ が存在する。単位長さ当たりの線路抵抗を R_r 、漏洩抵抗を η とすると、 $V(s)$ と $J_r(s)$ と $i(s)$ は

$$dV(s)/ds = -R_r J_r(s) \quad (2)$$

$$V(s) = \eta i(s) \quad (3)$$

の関係にある。

上記の3式より、 $J_r(s)$ に関する常微分方程式

$$d^2 J_r(s) ds^2 = (R_r/\eta) J_r(s) \quad (4)$$

が得られる。この微分方程式の一般解は、

$$J_r(s) = C_1 \exp(\alpha s) + C_2 \exp(-\alpha s) \quad (5)$$

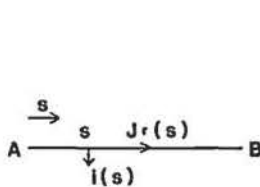


Fig. 1. Leakage current $i(s)ds$, rail current $J_r(s)$ at railway s , and direction of current.

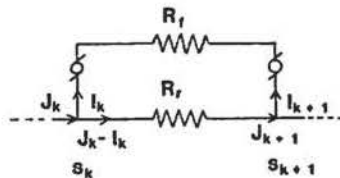


Fig. 2. Circle unit of power substation, fieder line and railway.

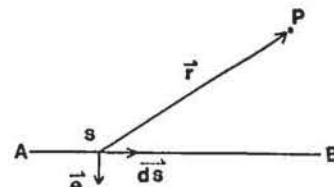


Fig. 3. Leakage current $i(s)ds$ at railway s , and position vector \vec{r} .

$$\text{但し } \alpha = \sqrt{(R_r/\eta)} \quad (6)$$

で与えられる。(5) 式の C_1, C_2 は境界条件によって決まる定数である。

変電所及び電車が複数個ずつ区間に分布する場合、境界の数もそれに伴って増え、その各境界で区切られた小区間について各々 C_1, C_2 を決定せねばならない。例えば、変電所と電車が合計10個、区間A, B内にあるとすれば境界の数はA, Bを含めて12個となり、従って11個の小区間ができる。この11個の小区間に対して対応する C_1, C_2 を求めることになる。以後 A と B には電車も変電所も置かないものとする。

第2図のような AB 内の境界 $s=s_k, s=s_{k+1}$ で区切られた小区間を考える。両境界に左方 (A側) から流れ込む線路電流をそれぞれ J_k, J_{k+1} とし、 s_k でフィードー線へ分岐する電流を I_k とし (5) 式を解くと、小区間 (s_k, s_{k+1}) 内の線路電流は、

$$J_r(s) = [J_{k+1} \sinh\{\alpha(s-s_k)\} - (J_k - I_k) \sinh\{\alpha(s-s_{k+1})\}] / \sinh \alpha l_k \quad (7)$$

で与えられる。但し $l_k = s_{k+1} - s_k$ とする。

ここで変電所と電車が合計 n 個あるとして

$$\begin{aligned} s_k \text{ が 変電所の場合} & \quad I_k > 0 \\ \text{電車の場合} & \quad I_k < 0 \quad (1 \leq k \leq n) \end{aligned}$$

また $J_0 = 0$ (始点 A) $J_{n+1} = 0$ (終点 B) である。

$I_k (k=1, 2, \dots, n)$ の内、電車 ($n-m$ 個) に対応するものは既知の定数であり、変電所 (m 個) に対応する I_k , 及び $J_k (n$ 個) の計 $(n+m)$ 個の未知数を以下の3条件によって求める。

条件 1: 電流保存則

変電所の分担電流の総和と電車電流のそれとは等大逆向きであることから

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0 \quad (8)$$

条件 2: 電位 $V(s)$ に対する境界での条件

各境界 $s_k (k=1, 2, \dots, n)$ で電位 $V(s)$ は連続でなければならない。

$$V(s_k - 0) = V(s_k + 0)$$

このことから

$$-S_{k-1} J_{k-1} + (T_{k-1} + T_k) J_k - S_k J_{k+1} + S_{k-1} I_{k-1} - T_k I_k = 0 \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{但し } S_k &= 1/\sinh\{\alpha(s_{k+1} - s_k)\} \\ T_k &= 1/\tanh\{\alpha(s_{k+1} - s_k)\} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

条件 3: Kirchihoff の第2法則

ある変電所からフィードー線を経て別の変電所に至り、そこから線路を経て元の変電所に戻る回路について Kirchihoff の第2法則を適用する。 $s = s_1, s_k$ の2つの変電所を考えると、線路による径路で

$$V(s_1) - V(s_k)$$

変電所 $(s_1) \rightarrow$ フィードー線 \rightarrow 変電所 (s_k) の径路では

$$-(E_0 - I_1 R_s) + \sum_{j=1}^{k-1} \left(\sum_{i=1}^j I_i \right) R_f + (E_0 - I_k R_s)$$

但し E_0 を変電所電圧 (定数), R_s を変電所の内部抵抗, R_f をフィーダー線の抵抗とする。

両者が等しいことから

$$R_s(I_k - I_1) - \sum_{j=1}^{k-1} \left(\sum_{i=1}^j I_i \right) R_f - \alpha \eta \{ S_1 T_1 - T_1 (J_1 - I_1) - S_k J_{k+1} + T_k (J_k - I_k) \} = 0 \quad (11)$$

この関係を左端の変電所 ($s=s_1$ に置くことにする) と他の $(m-1)$ 個の変電所の間について適用する。

上の条件 1, 2, 3 で得られる式の数は各々 $1, n, m-1$ で, 合計 $(n+m)$ 個となる。従って未知数の個数と式の数が一致するのでこの連立方程式は解が求まる。

こうして得られた I_k, J_k を (7) 式に代入して $J_r(s)$ が求まり, それを (1) 式に代入して漏洩電流 $i(s)$ が得られる。

(2) 擾乱磁場の求め方

漏洩電流は実際には, 地下に放射状に拡がるが, 磁場に対するその効果は地面に垂直な方向に流れる半無限線電流で置き換えることができる。[柳原(1977)] よって区間 AB における漏洩電流, 及び線路とフィーダー線に流れる電流によって外部の点 P に生ずる磁場 H (ベクトル) は

$$H = \int_{s_0}^{s_{n+1}} \{ (\vec{e}_z \times \vec{r}) / r^2 \} i(s) ds + \int_{s_0}^{s_{n+1}} \{ (\vec{d}s \times \vec{r}) / r^3 \} [J_f(s) + J_r(s)] \quad (12)$$

但し \vec{e}_z : 鉛直下方の単位ベクトル

\vec{r} : AB 上の 1 点 s から P への位置ベクトル

$J_f(s)$: フィーダー電流

で与えられる。

第 1 項が漏洩電流, 第 2 項が線路とフィーダー線に流れる電流によって作られる磁場を表す。実際の計算においては, シンプソンの公式の逐次近似法を計算機を用いて実行した。

3. 擾乱磁場の計算

3.1 従来のモデルとの比較

(1) 分担電流

現実問題に近い状況設定にするためには線路の距離を延ばす必要があり, 変電所も複数個を設置しなければならない。その場合, 変電所から電車に供給する電流は電車に近い方が多く遠くなるにしたがい少なくなると予想される。その量的な計算は従来の方法では [井上(1979)] I. はしがき で述べたように疑問の多いものであった。そこで状況設定を等しくして従来のモデルと今回のモデルの計算を行い両者の比較を試みた。

第 4 図は左端の 0 km の位置に電車を置き, 10 個の変電所を 1 km 間隔に並べた場合の

各変電所の電流供給量を示したものである。各変電所の電流供給量は従来のモデルではフィーダー線の抵抗のみで決定されるのに対して、新しいモデルではさらに線路の抵抗、大地への漏洩抵抗も考慮しているので電流の供給量は従来のモデルに比べて変電所が遠くなるに従い、急激に減少している。しかしこれから直ちに擾乱磁場は電車近傍の電流だけに影響されると断定することはできない。例えば変電所間隔の長い所では一旦地中に漏れ、再び線路に吸い込まれる電流も多くなるので変電所が遠くても電流供給量が逆に増える場合もあることに注意しなければならない。

(2) 電車位置と擾乱磁場の関係

第5図に土浦まで直流電化された場合の常磐線と柿岡の位置関係をしめす。計算では線路の区間を土浦から我孫子までに限定し、さらに線路を図のような折れ線で近似している。第6図と第7図は第5図の設定における水平磁場擾乱を計算したものである。ただし図中に示した変電所間隔は藤代までで、それ以遠は藤代、取手、我孫子に変電所を置いている。第6図は従来のモデルで第7図は新しいモデルで計算した結果を示す。横軸は土浦を起点とした電車の位置、縦軸は柿岡での水平磁場擾乱量をあらわし、各曲線は変電所間隔を変えた場合である。

ある変電所区間での漏洩電流の合計は

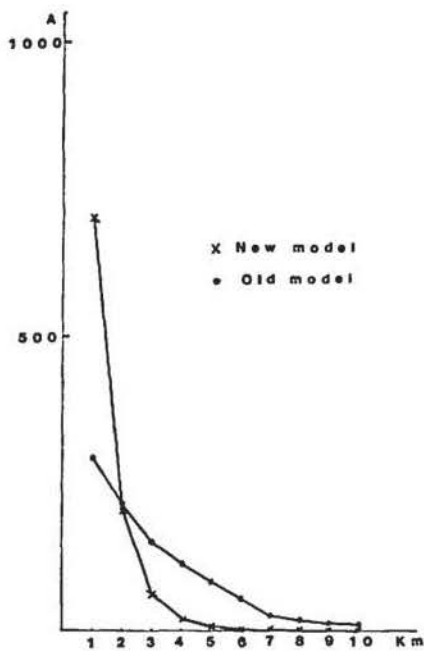


Fig. 4. Comparison of the supply current through power substations between the new model and the old one. This figure shows currents in the condition that ten power substations are ordered at 1 Km intervals.

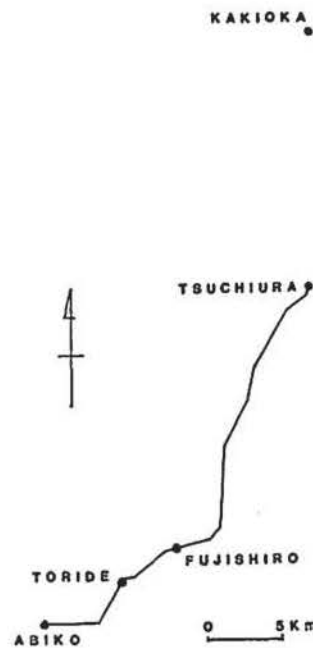


Fig. 5. Map of KAKIOKA and Joban-Line.

The railway from TSUCHIURA to ABIKO is approximated by segments of straight line.

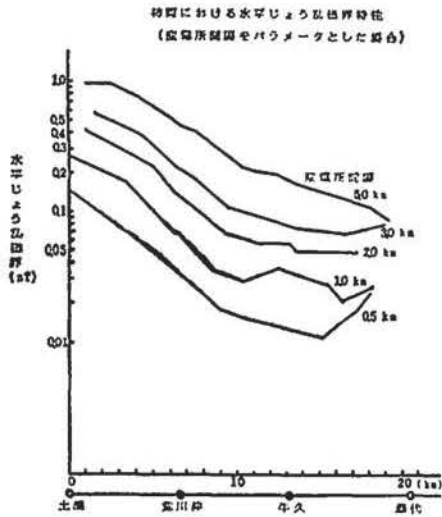


Fig. 6. Horizontal magnetic field disturbance at KAKIOKA as a function of position of one electric car calculated by the old model. (After CHIGIKI KANSOKUSHO MONDAI KENKYUKAI HOKOKUSHO by IBARAKI-KEN)

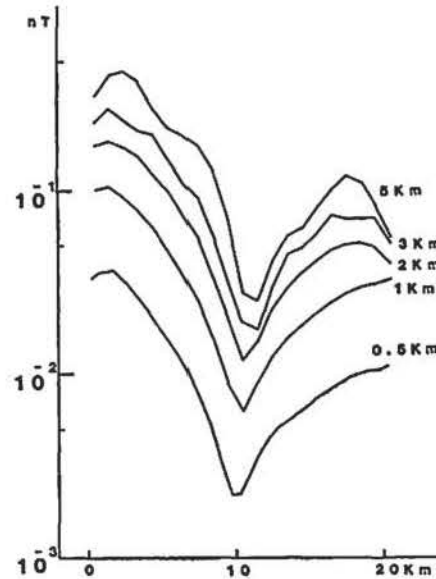


Fig. 7. Horizontal magnetic field disturbance at KAKIOKA calculated by the new model.

$$\int_{s_i}^{s_{i+1}} i(s) ds = \int_{s_i}^{s_{i+1}} - \{dJ_r(s)/ds\} ds = J_r(s_i) - J_r(s_{i+1}) \quad (13)$$

となる。ただし、 J_r は全線路で滑らかではなく $s_i(1, 2, \dots, n)$ でギャップがあることに注意しなければならない。つまり区間 (s_i, s_{i+1}) での $J_r(s_i)$ と、区間 (s_{i-1}, s_i) での $J_r(s_i)$ は異なるので、漏れ電流の積分計算は各区間毎に異なる J_r を被積分関数に用いなければならない。上式はレール電流の変化分であり、変電所間隔が長い方がその間のレールも長くなりそれだけ電流の漏れる量が多くなる。このため変電所間隔が長い程擾乱磁場は大きくなる傾向にある。実際の計算結果も両モデルともこのことを示している。

また、新しいモデルでの計算結果で特徴的なことは電車位置約 10 km あたりで水平擾乱磁場が小さくなる特異点が現れていることである。

ここに示した新旧モデルによる計算例は 1 台の電車のみを取扱っており、その電車の近くでは漏洩電流は大きく、遠い所では逆に電流の吸い上げがおこる。そのため観測点よりほぼ直線に遠くへ延びているような線路配置では電車がある程度線路の中に入ると電車近くの漏れ電流が作る擾乱磁場とそこより観測点に近い方での吸い上げ電流が作る擾乱磁場とが打ち消しあうようになる。実際、擾乱磁場は線路に直角な方向の成分が卓越するが、その直角成分は水平擾乱磁場が小さくなる特異点を境に方向が逆転する。もしも線路が一直線で観測点はその直線の延長上にあるならば擾乱磁場の水平成分はその線路の直角方向であるから擾乱磁場が 0 になる電車の位置が存在する。この考えを確かめるために第 8 図のような単純な線路配置で計算してみる。

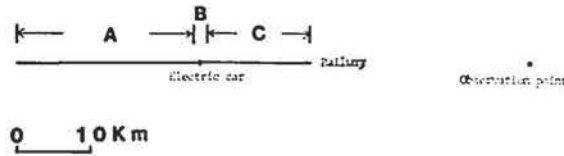


Fig. 8. Simple arrangement of observation point and railway.

Railway is divided three segments A, B and C. Power substations are ordered at 2 Km intervals.

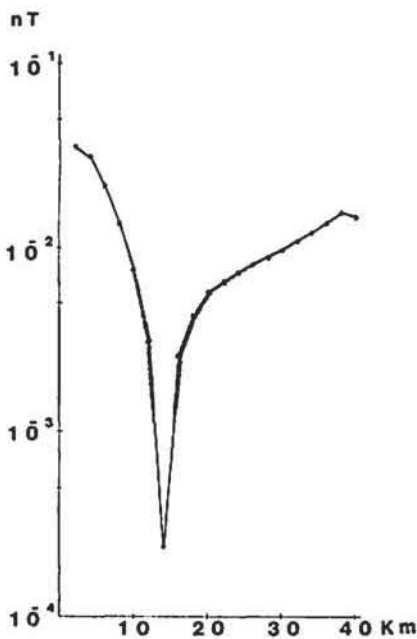


Fig. 9. Horizontal magnetic field disturbance in the case shown by Fig. 8.

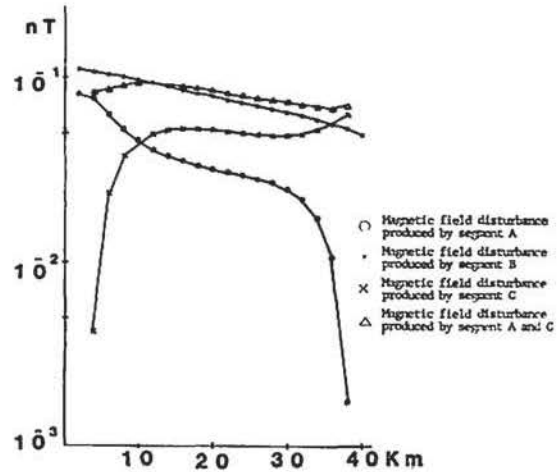


Fig. 10. Horizontal magnetic field disturbance produced by each segment of railway.

Segments A, B and C are shown in Fig. 8. Be careful that the direction of magnetic field disturbance produced by segment B is reverse to those by segments A and C.

第9図は電車位置と擾乱磁場の関係を示したグラフである。第9図より擾乱磁場の水平成分は第7図と同じように極めて小さくなる特異点があることがわかる。このように線路の延長上に観測点がある場合、擾乱磁場は線路に直角な方向の成分のみであり鉛直成分はない。電車より前後 2 km の区間と、それより観測点に近い区間と遠い区間の3つに分け(以後、各区間をそれぞれ B 区間、C 区間、A 区間と呼ぶ)、各々の区間での擾乱磁場に対する寄与を計算してみた。これをグラフに表したのが第10図である。

B 区間では漏れ電流、A、C 区間では吸い上げ電流が卓越するので擾乱磁場の向きは逆になる。B 区間によって作られる擾乱磁場の大きさは電車が観測点から遠ざかるにつれて、漏れ電流の位置も遠ざかるので緩やかに減少している。

また、電車近くで漏れた電流はそこより遠くの線路でよりも近くの線路で吸い上げられるので、A、C 区間においては観測点がある程度、線路から離れていれば電車に近い所ほど大きな擾乱磁場を作る。A 区間によって作られる擾乱磁場は電車が観測点より遠ざかる

につれて減少しているのは区間の長さが短くなるのとA区間で最も大きな擾乱磁場を作る電車付近の位置が遠ざかるためである。次ぎにC区間では電車が観測点から遠ざかるにつれて区間の長さは長くなるが、C区間で最も大きな擾乱磁場を作る電車付近の位置は遠ざかるので擾乱磁場の大きさはそれほど変わらない。そのため、この場合には電車位置が線路の端より約13 kmあたりで擾乱磁場はゼロとなり、それより電車が遠くへ行くと擾乱磁場の向きは逆になることがわかる。

3.2 野外観測との比較

今回のモデルが従来のモデルより改良されているかどうかは、双方のモデルの比較だけでは判定出来ない。また、従来のモデルと実測値との比較は行われていない。そのため新しいモデルの正当性の尺度として実測例を用い、相互の比較をおこなった。

1983年1月7日から9日にかけて国鉄常磐線の直流区間（取手駅—藤代駅の間にある交直電流を切り換える変電所より南西側）の影響による擾乱磁場の観測を第11図に示す観測点で行った。その擾乱の状態は第12図に示すとおりである。また第13図に擾乱磁場の実測値と計算値の比較を示した。

計算に際しては線路を折れ線で近似し、各直線部分からの寄与を合計した。電車の配置は時刻表より推定して松戸付近に2台、取手付近に1台を置く。

実測値のうち No. 1, 2, 4, 5 と No. 3, 6, 7, 8 は観測した日時が異なり、前者では雨であったので電流の漏洩率はことなること、後者は線路より遠くて擾乱磁場を検知できなかったこと等の理由で計算値と比較するのは No. 1, 2, 4, 5 のみとする。

電車電流の大きさは概略値としては数千アンペアであるが正確な値は得られていない。しかし擾乱磁場は電車に流れる電流に比例するので No. 1 観測点での擾乱量を計算され

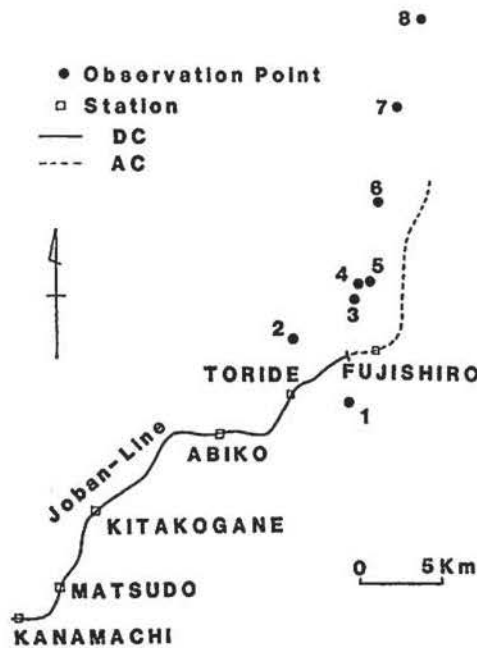


Fig. 11. Map of observation points for field experiment and Joban-Line.

た擾乱磁場の大きさを規格化した（観測値/計算値）を用いて各観測点での計算値の評価をおこなった。

まず擾乱磁場の向きは全ての観測値と計算値があっていることが確認できた。水平擾乱磁場の大きさは第13図に見る通り No. 1 で少し大きい他はほぼその比が一定であり、擾乱磁場の垂直成分については全て良好な結果が得られていると思われる。磁場の垂直成分

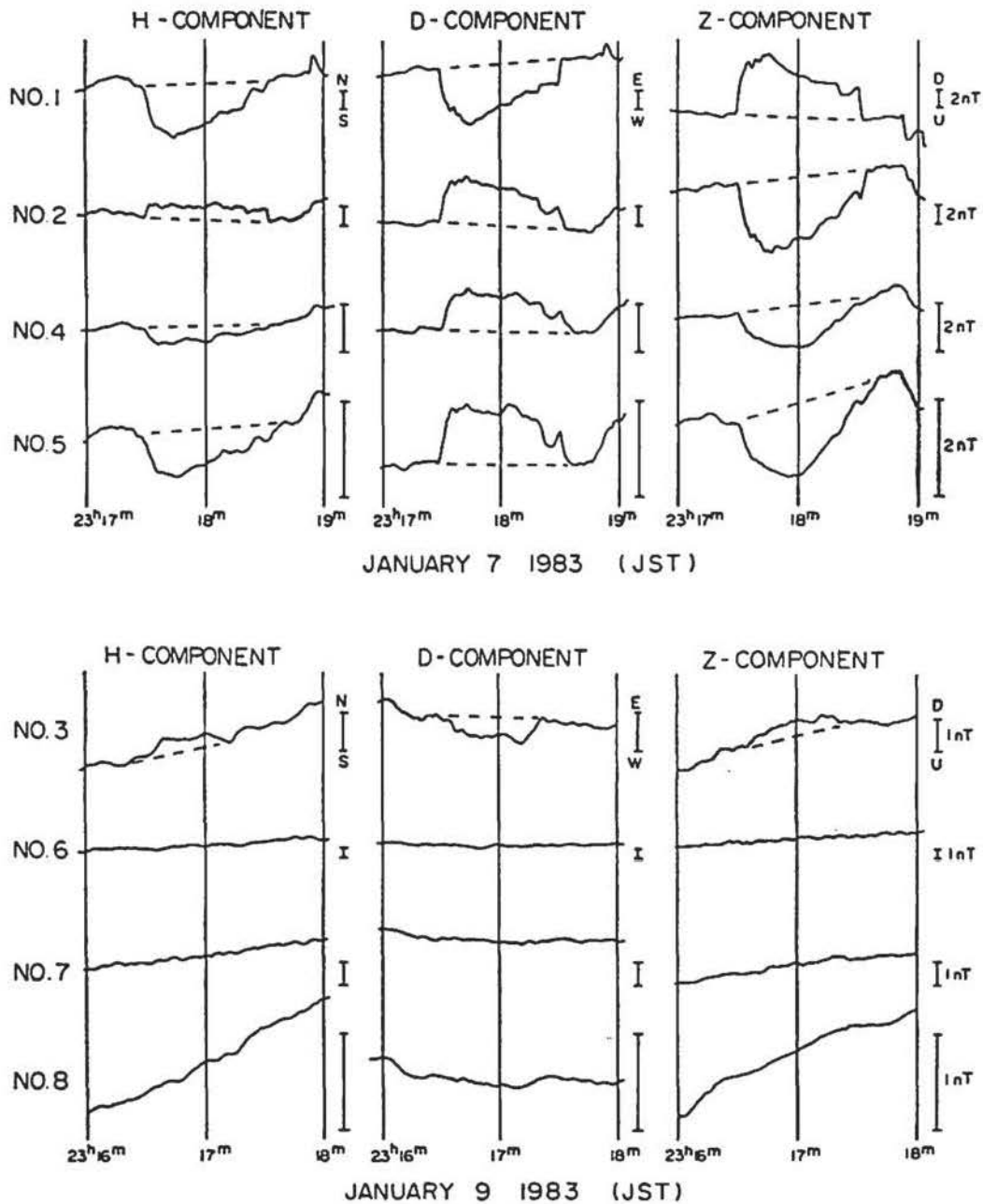


Fig. 12. Magnetic field disturbance produced by Jeban-Line.

Magnetic field disturbances at No. 1, 2, 4, 5 and at No. 3, 6, 7, 8 were observed at different date. Dashed lines show the assumed records without magnetic field disturbance. The difference between line and dashed line shows magnitude of magnetic field disturbance produced by the electric railway.

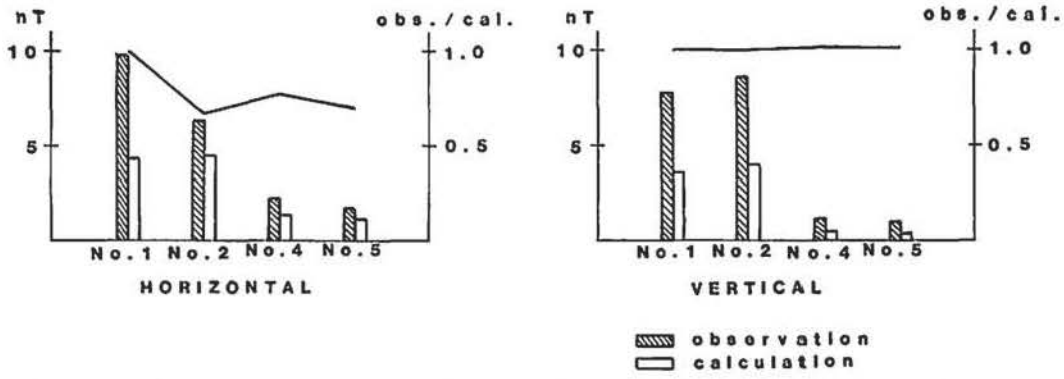


Fig. 13. Comparison of magnetic field disturbance between observed values and calculated values.

Bar graphs refer left ordinate, line graphs refer right ordinate. Line graphs show the ratio of observed value and calculated one which is normalized by such ratio at No. 1 observation point, so the ratio at No. 1 is exactly 1.

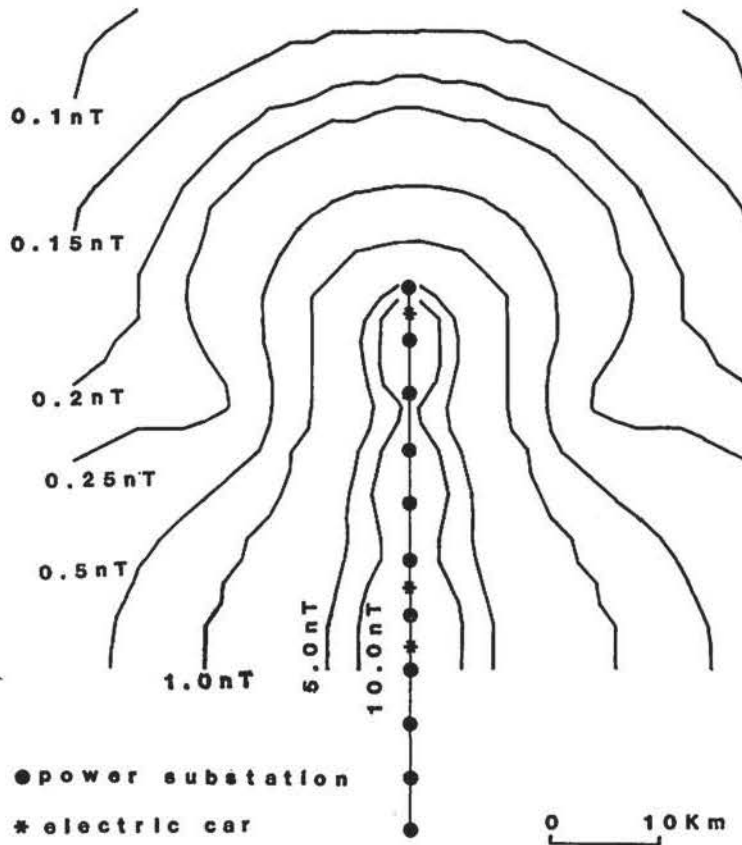


Fig. 14. Distribution of magnetic total force disturbance in the simple case such as this figure.

は電流の水平成分によって作られるが、これはレールとフィーダー線を通るのであり電流の筋道は固定されている。一方磁場の水平成分は漏れ電流によるものであり、この計算では垂直下方に流れると仮定している。そのため地下の電気伝導度が一様でない場合にはこの仮定は許されない。その時には No. 1 のような線路に近い観測点が最も大きな影響を受け、漏れ電流の流れる距離に比べて充分遠い観測点ではその影響はあまり大きくないと思われる。

3.3 単純な場合の擾乱磁場分布

3.2 節で見たように今回のモデルは実測値との良好な対応があることがわかった。従ってこのモデルで簡単な線路配置のもとで擾乱磁場の2次元的な分布の計算を初めて試みた。

第14図のように線路を直線にし、変電所は等間隔だが電車は非対称に配置した。図は全磁力擾乱磁場の等高線の分布である。この設定では線路から例えば 30 km 離れた地点の擾乱磁場については線路の端に近い点では 0.15 nT ほどのものが線路の中程に近い点では 0.2 nT から 0.5 nT ほどと大きく擾乱磁場の大きさは異なるので、線路に対する位置関係が重要であることを示している。

等高線にくびれがあるのは電車の配置によるもので図の下の2台と上方の1台の影響が互いに打ち消し合うためである。電車の数が増えるに従い、線路付近の擾乱磁場分布は特に複雑になると予想される。

4. 結 論

今回のモデルは従来モデルと比べて擾乱磁場の大きさはオーダーはかわらないが、一般に小さく見積もられることがわかった。また地下の電気伝導度が一様であると仮定すれば物理的な厳密さを保ちながら、かなり広範囲な状況設定のもとでも計算することができるようになり、実測値とも良好な一致を得ることができた。しかし、一方では以下のような欠点もある。

このモデルのパラメータである η (漏れ抵抗) を知ることは困難であり、かつ天候によっても変化して一定ではない。また線路の敷設状態によっても変わると考えられるので全線路について一定値であると仮定するのは正しくない。また地下の電気伝導度を一様と仮定して漏れ電流は垂直下方に無限遠にまで流れることを仮定しているが、地下電気伝導度の異方性が大きいと地下の電流の分布が異なってくる。例えば数 km より深い所の電気伝導度が小さくなると漏れ電流はそこより深くへは流れない。

しかし、これらの欠点も次のような方法で多少改良することができる。まず η については、各変電所間でそれぞれ一定値を与えてやれば(1)–(6)式はそのままの形で用いることができる。次に漏れ電流の径路については一般には数 km の深さまでしか流れないので近似として数 km 垂直に流れた後、その深さで線路と同じ道筋をたどって流れると仮定すればよい。この仮定のもとでは、地下に水平に流れる電流は線路とフィーダー線に流れる電流の差をさらに小さくするので擾乱磁場の垂直成分はさらに小さく見積もられることになる。厳密には3次元の構造を考えて関係式を解くことになるが、その場合には電流の積分範囲は無遠に及び、また地下の電気伝導度分布を知らなければならないので、実行

は困難である。

謝 辞

この調査の機会を与えて頂いた河村前所長ならびに原田所長に深く感謝の意を表します。また、数値計算には気象研究所の M-200 計算機をリモートバッチで使用致しました。

参 考 文 献

- 井上 一 (1979): 直流電鉄の地磁気観測に与える影響。鉄道技術研究資料, 37 (No. 7) 26-27.
Yanagihara, K. (1977): Magnetic Field Disturbance Produced by Electric Railway. 地磁気観測所要報, 別冊第7号。

Calculation of Magnetic Field Disturbance Produced by Electric Railway

by

Tetsuo TOKUMOTO and Satoru TSUNOMURA

Abstract

Magnetic field disturbance by leakage current of electric railway is serious trouble for magnetic observation. We can get exact solution in many situations of the railway, power substations and electric cars by the developed method. The developed method gives us smaller estimating magnetic field disturbance compared with the old method.